

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Dmitrij Šešok, Paulius Ragauskas

TEORINĖS MECHANIKOS
NAMŲ IR KONTROLINIŲ DARBŲ
SPRENDIMO PAVYZDŽIAI

Mokomoji knyga

Vilnius „Technika“ 2009

D. Šešok, P. Ragauskas. Teorinės mechanikos namų ir kontrolinių darbų sprendimo pavyzdžiai: mokojoji knyga. Vilnius: Technika, 2009. 61 p. [3,84 aut. l., 8,0 sp. l. 2009-03-16].

Mokomosios knygos tikslas – padėti studentams savarankiškai pasiruošti atlikti teorinės mechanikos namų ir kontrolinius darbus. Knygoje išsamiai aprašyti keturių namų darbų ir dviejų kontrolinių darbų sprendimo pavyzdžiai. Pateikti nurodymai, kaip iš bendrosios schemos sudaryti uždavinio skaičiuojamąją schemą. Be uždavinių sprendimo pavyzdžių, studentai knygoje ras ir uždavinius savarankiškam darbui: jie gali būti labai naudingi ruošiantis kontroliniams darbams. Siekiant sudaryti studentams galimybę patikrinti savo sprendimą, visiems uždaviniams pateikti atsakymai.

Leidiny s skirtas visų inžinerinių specialybių pagrindinių ir neakivaizdinių studijų studentams.

Leidinių rekomendavo VGTU Fudamentinių mokslų fakulteto studijų komitetas

Recenzavo: doc. dr. M. Šukšta, VGTU Medžiagų atsparumo katedra
doc. dr. M. Meilūnas, VGTU Matematinio modeliavimo katedra

<http://leidykla.vgtu.lt>

VGTU leidyklos TECHNIKA 1055-S mokomosios
metodinės literatūros knyga

Redaktorė *Dalia Markevičiūtė*
Maketuotojas *Antanas Dvilevičius*

ISBN 978-9955-28-425-3

© Šešok, D., 2009

© Ragauskas, P., 2009

© VGTU leidykla TECHNIKA, 2009

TURINYS

Pratarmė.....	4
1 namų darbas	
Statika. Dviejų kūnų sistema	5
2 namų darbas	
Statika. Erdvinė gembė.....	14
1 kontrolinis darbas	
Statika. Plokščioji bet kaip išdėstyta jėgų sistema	20
3 namų darbas	
Kinematika. Plokščiojo keturių grandžių mechanizmo kinematinė analizė	27
2 kontrolinis darbas	
Kinematika. Plokščiojo trijų grandžių mechanizmo kinematinė analizė.....	38
4 namų darbas	
Dinamika. Mechaninės sistemos kinetinės energijos kitimo teorema	45
1 priedas	
Skaičiavimų tikslumas.....	54
2 priedas	
Užduotyse naudojami žymenys	55
3 priedas	
Namų darbų atsakymų tikrinimo informacinės sistemos aprašas.....	57
Literatūra	61

PRATARMĖ

Teorinė mechanika yra inžinerinė disciplina, kuri dėstoma tam, kad studentai įsisavintų pagrindinius klasikinės mechanikos principus ir įgytų žinių, reikalingų ateityje studijuojant tokius dalykus kaip medžiagų atsparumas, medžiagų mechanika, mašinų ir mechanizmų teorija. Dėl šios priežasties sėkmingas teorinės mechanikos kurso įsisavinimas padeda studentams ir tolesnėse studijose, palengvina sudėtingesnių dalykų studijavimą.

Norint išmokti sėkmingai spręsti teorinės mechanikos uždavinius, reikia ne tik mokėti taikyti teorinės mechanikos principus, bet ir sugebėti matematiškai spręsti uždavinį. Autorių teorinės mechanikos pratybų dėstymo patirtis rodo, kad dažnai studentai sėkmingai pradeda spręsti uždavinį, gauna teisingą tiesinių lygčių sistemą, bet klaidingai ją išsprendžia ir todėl gauna neteisingą atsakymą. Taip pat studentai dažnai klysta skaičiuodami jėgų projekcijas į koordinačių ašis. Dažniausiai naudojama neteisinga trigonometrinė funkcija (pavyzdžiui, \cos vietoje \sin arba atvirkščiai) ir todėl projekcija apskaičiuojama neteisingai.

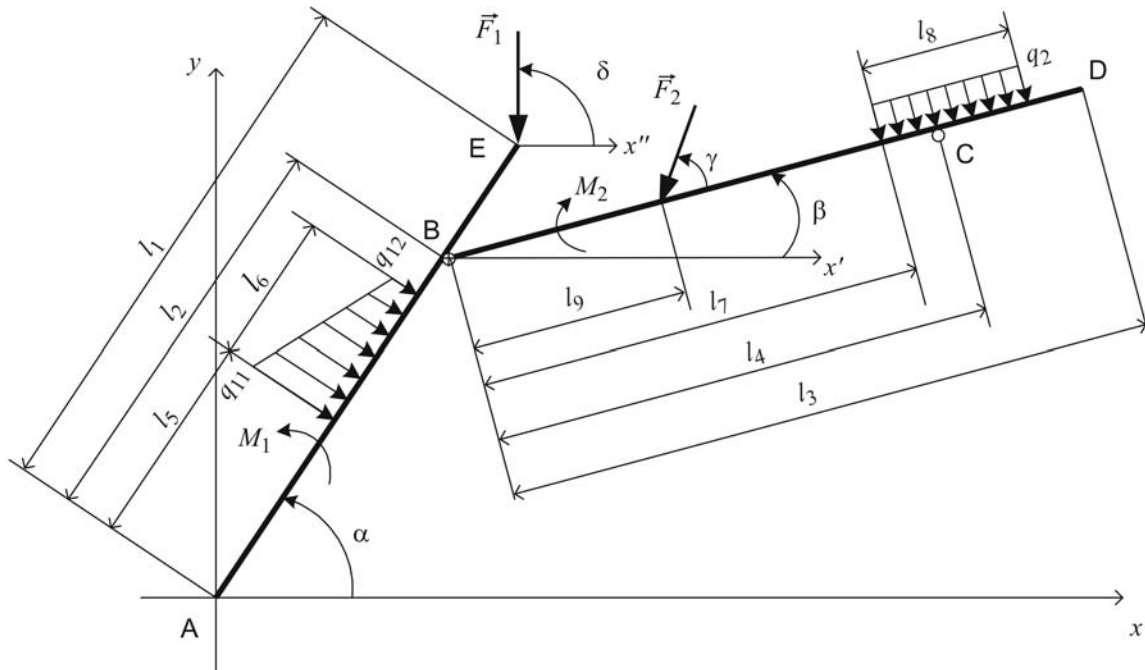
Geriausiai sekasi studentams, kurie neatideda visų darbų semestro galui, o dirba sistemingai, žingsnelis po žingsnelio įsisavindami pateiktą medžiagą. Būtent tokią studijavimo strategiją autoriai ir siūlo pasirinkti studentams, studijuojantiems teorinės mechanikos kursą.

Autoriai dėkingi recenzentams doc. dr. M. Šukštai ir doc. dr. M. Meilūnui už pastabas recenzuojant šią mokomąją knygą.

1 NAMŲ DARBAS

STATIKA. DVIEJŲ KŪNŲ SISTEMA

Darbo uždutis – pagal savo varianto duomenis iš bendrosios schemos (1 pav.) sudaryti uždavinio skaičiuojamąją schemą ir apskaičiuoti uždutyje nurodytas plokščiosios dviejų kūnų sistemos ryšių reakcijas. Skaičiavimų tikslumas – ne mažiau trijų reikšminių skaitmenų (žr. A priedą). Sprendimo rezultatus pateikti lentelėje.

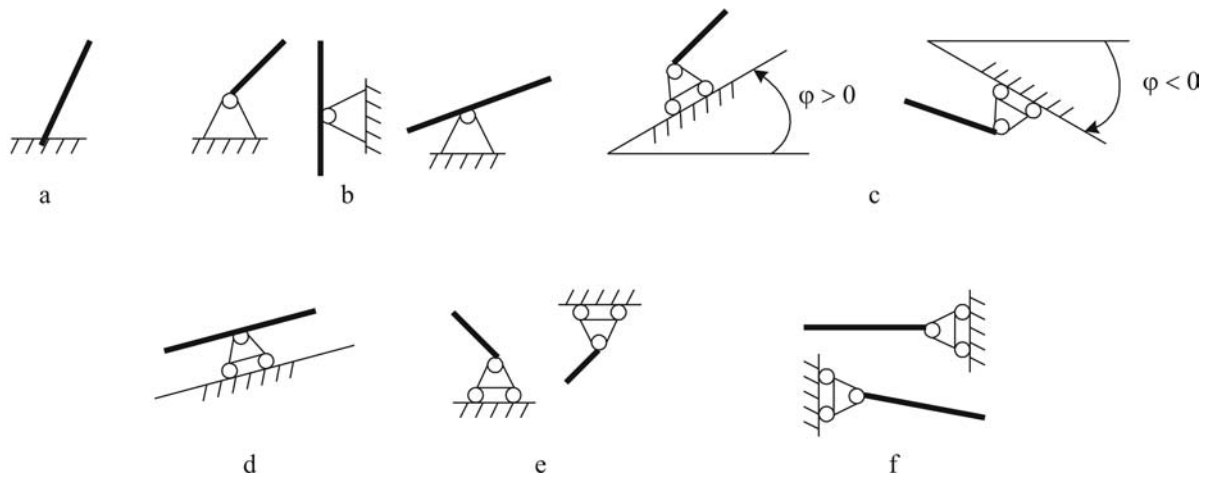


1 pav. Bendroji dviejų kūnų sistemos schema

Uždavinio schemos sudarymas

Uždavinio schema sudaroma iš bendrosios schemos (1 pav.) laikantis toliau išdėstytų taisyklių:

- Visi pateikti kampai turi būti atidėti tiksliai.
- Visi pateikti ilgiai turi būti atidėti proporcingai, t. y. pagal pasirinktą mastelį.
- Kampai α , β ir δ atidedami nuo horizontaliosios abscisių ašies priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampas γ atidedamas nuo mechanizmo grandies BD priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Momento M_1 kryptis yra tokia, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.), jeigu duomenyse pateikta teigiama momento reikšmė. Jeigu reikšmė neigiama – momento M_1 kryptis skaičiuojamojoje schemoje turi būti pakeista į priešingą negu bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Momento M_2 kryptis nustatyti taikoma tokia pat taisyklė, kaip ir momentui M_1 .
- Taške A gali būti tokie įtvirtinimų tipai: gembė (2 pav., a), nepaslankus lankstas (2 pav., b), paslankus lankstas ϕ kampu pasvirusia plokštuma (2 pav., c).
- Taške B yra lankstinis kūnų sujungimas, tai yra toks, kaip parodyta bendrojoje schemoje.
- Taške C gali nebūti įtvirtinimo, gali būti nepaslankus lankstas (2 pav., b) arba paslankus lankstas lygiagrečia strypui BD plokštuma (2 pav., d).
- Taške D gali nebūti įtvirtinimo, gali būti nepaslankus lankstas (2 pav., b), gembė (2 pav., a), paslankus lankstas horizontalia plokštuma (2 pav., e), paslankus lankstas vertikalia plokštuma (2 pav., f).



2 pav. Galimi įtvirtinimų tipai

Uždavinio schemos sudarymo algoritmas

- Pasirinkti tinkamą mastelį. Pvz., 1:100 (vienas centimetras atitinka vieną metrą) arba 1:50 (vienas centimetras atitinka pusę metro) ir pan. Jeigu pasirinktas mastelis yra per didelis, t. y. brėžinys netelpa į lapą, mastelis turi būti sumažintas. Jeigu brėžinys yra per mažas ir dėlto neaiškus, mastelis turi būti padidintas. Rekomenduojamas mastelis 1:100.
- Atidėti kampą α nuo absčių ašies ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti kūną AB.
- Pagal atstumus l_5 ir l_6 nustatyti išskirstytosios apkrovos $q_{11}q_{12}$ padėtį ir nubraižyti tą apkrovą.
- Taške E atidėti kampą δ nuo absčių ašies ir pridėti jėgą \vec{F}_1 .
- Nustatyti momento M_1 kryptį ir atidėti momentą M_1 bet kurioje kūno AB vietoje.
- Nustatyti ryšio tipą taške A ir nubraižyti tą ryšį.
- Taške B atidėti kampą β nuo absčių ašies ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti kūną BD.
- Pagal atstumus l_7 ir l_8 nustatyti išskirstytosios apkrovos q_2 padėtį ir nubraižyti tą apkrovą.
- Pagal atstumą l_9 nustatyti jėgos \vec{F}_2 pridėjimo tašką ir atidėjus kampą γ nuo strypo BD ašies nubraižyti jėgą \vec{F}_2 .
- Nustatyti momento M_2 kryptį ir atidėti momentą M_2 bet kurioje kūno BD vietoje.
- Nustatyti ryšio tipą taške C ir nubraižyti tą ryšį. Jeigu užduotyje nurodyta, kad įtvirtinimo nėra, taške C nieko nebraižyti.
- Nustatyti ryšio tipą taške D ir nubraižyti tą ryšį. Jeigu užduotyje nurodyta, kad įtvirtinimo nėra, taške D nieko nebraižyti.

Uždavinio schemos sudarymo patikrinimas

Kiekviename užduoties variante yra nurodomos taško D koordinatės Dekarto koordinatinių sistemoje su sąlyga, kad taško A koordinatės yra (0,0; 0,0). Pasinaudojant šita informacija galima patikrinti, ar teisingai buvo nubraižyti kūnai AB ir BD.

Užduoties sprendimo pavyzdys

Užduoties duomenys:

$l_1= 6.0$ $l_2= 5.0$ $l_3= 5.0$ $l_4= 3.0$ $l_5= 2.0$ $l_6= 3.0$ $l_7= 2.0$ $l_8= 3.0$ $l_9= 2.0$ $\alpha=330.0$ $\beta= 90.0$
 $\delta= 90.0$ $\gamma= 70.0$ $q_{11}= 3.0$ $q_{12}= 0.0$ $q_2= 0.5$ $F_1= 6.5$ $F_2= 12.5$ $M_1= 2.5$ $M_2= 4.0$

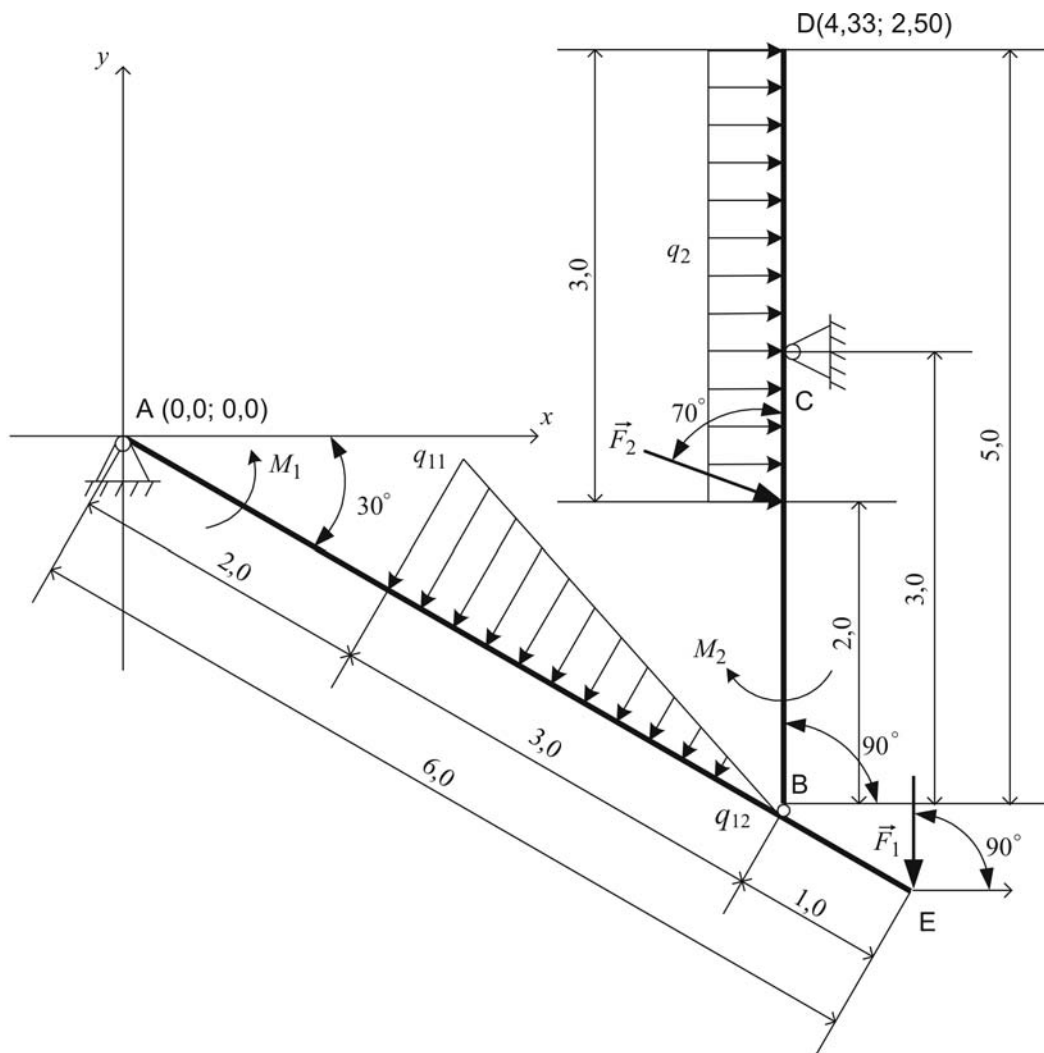
Schemos mazgu itvirtinimai:

A- nepaslankus lankstas B- lankstinis kūnu sujungimas

C- nepaslankus lankstas D- nera itvirtinimo

Rasti: R_{ax} R_{ay} R_{bx} R_{by} R_{cx} R_{cy} . Informacija schemos braizymui: $x_D= 4.33$ $y_D= 2.50$

Pagal užduoties duomenis sudarome užduoties schemą (3 pav.).



3 pav. Užduoties schema

Išskirstytąją apkrovą $q_{11}q_{12}$ pakeičiame koncentruota jėga Q_1 :

$$Q_1 = \frac{1}{2} q_{11} \cdot l_6 = \frac{1}{2} \cdot 3,0 \cdot 3,0 = 4,50 \text{ kN.}$$

Jėgos Q_1 pridėjimo taškas nuo taško A yra nutolęs atstumu $l_5 + \frac{1}{3} l_6 = 2,0 + \frac{1}{3} \cdot 3,0 = 3,0 \text{ m}$.

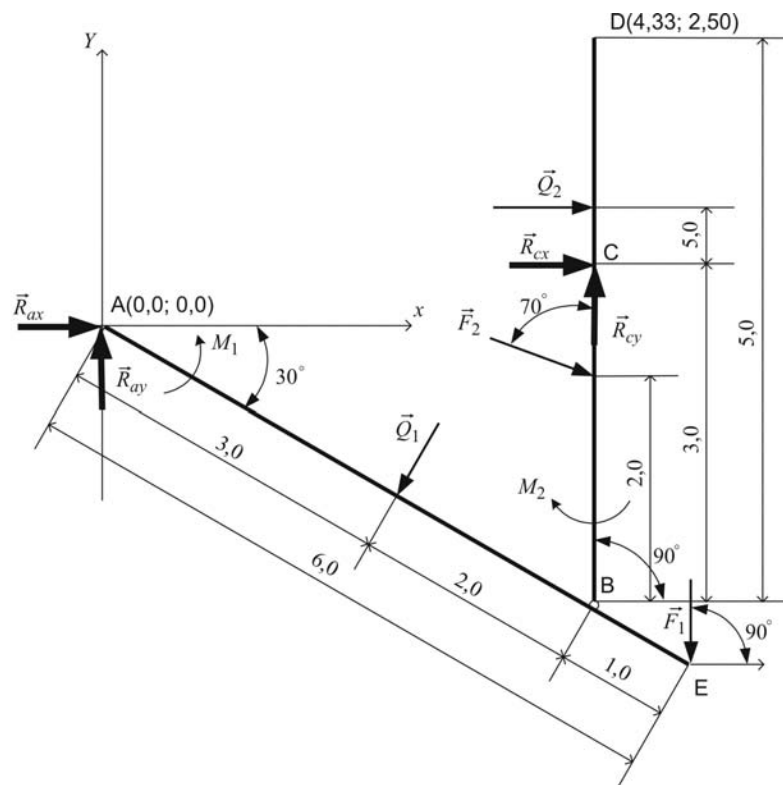
Išskirstytąją apkrovą q_2 pakeičiame koncentruota jėga Q_2 :

$$Q_2 = q_2 \cdot l_8 = 0,5 \cdot 3,0 = 1,50 \text{ kN.}$$

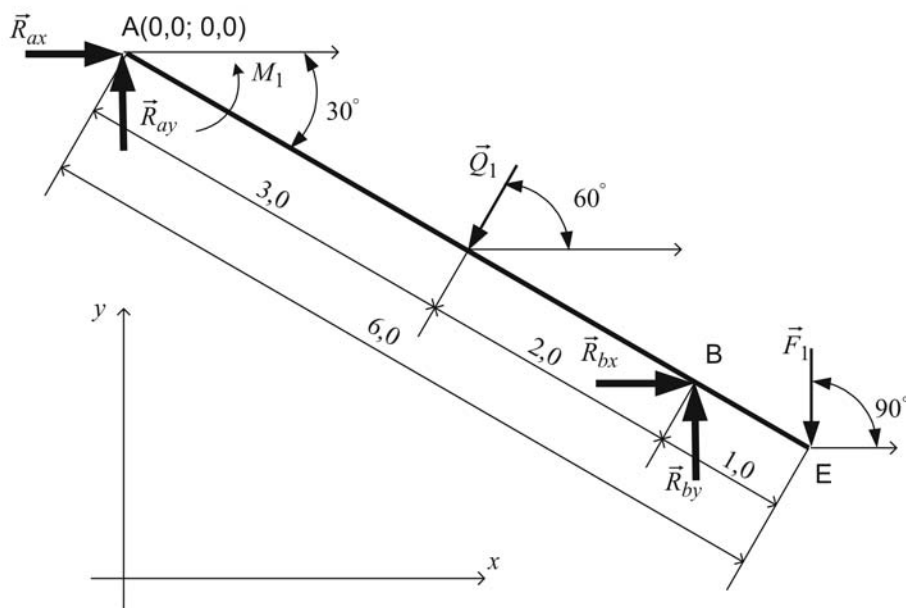
Jėgos Q_2 pridėjimo taškas nuo taško B yra nutolęs atstumu $l_7 + \frac{1}{2} l_8 = 2,0 + \frac{1}{2} \cdot 3,0 = 3,50 \text{ m}$.

Įtvirtinimus taškuose A, C ir D pakeičiame ryšių reakcijomis (4 pav.).

Nagrinėjame kūno AB pusiausvyrą. Taške B turime pridėti nežinomas jėgas \vec{R}_{bx} ir \vec{R}_{by} , kad būtų kompensuojamas kūno BD poveikis. Jėgų \vec{R}_{bx} ir \vec{R}_{by} kryptis galime pasirinkti laisvai (5 pav.).



4 pav. Užduoties skaičiuojamoji schema

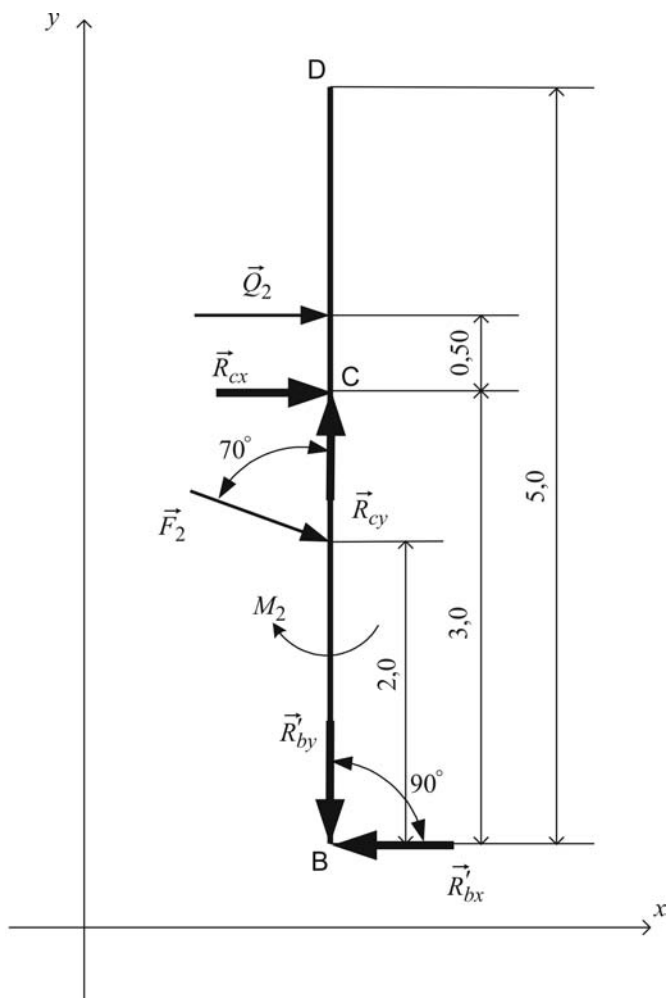


5 pav. Kūnas AB

Kūno AB pusiausvyros sąlygos:

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_{ix} = 0 \\ \sum \vec{F}_{iy} = 0 \\ \sum M_A(\vec{F}_i) = 0 \end{cases} \text{ arba } \begin{cases} R_{ax} + R_{bx} - Q_1 \cos 60^\circ = 0 \\ R_{ay} - Q_1 \sin 60^\circ + R_{by} - F_1 = 0 \\ M_1 - 3,0Q_1 + 5,0 \cos 60^\circ R_{bx} + 5,0 \sin 60^\circ R_{by} - 6,0 \sin 60^\circ F_1 = 0 \end{cases}$$

Nagrinėjame kūno BD pusiausvyrą. Taške B turime pridėti nežinomas jėgas \vec{R}'_{bx} ir \vec{R}'_{by} , kad būtų kompensuojamas kūno AB poveikis. Jėgų \vec{R}'_{bx} ir \vec{R}'_{by} kryptys turi būti priešingos jėgų \vec{R}_{bx} ir \vec{R}_{by} kryptims (6 pav.).



6 pav. Kūnas BD

Kūno BD pusiausvyros sąlygos:

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_{ix} = 0 \\ \sum \vec{F}_{iy} = 0 \\ \sum M_C(\vec{F}_i) = 0 \end{cases} \quad \text{arba} \quad \begin{cases} Q_2 + R_{cx} + F_2 \cos 20^\circ - R'_{bx} = 0 \\ R_{cy} - F_2 \cos 70^\circ - R'_{by} = 0 \\ -M_2 - 0,50Q_2 + F_2 \cos 20^\circ - 3,0R'_{bx} = 0 \end{cases}$$

Žinome, kad $R_{bx} = R'_{bx}$ ir $R_{by} = R'_{by}$, tuomet galime užrašyti:

$$\begin{cases} R_{ax} + R_{bx} - Q_1 \cos 60^\circ = 0 \\ R_{ay} - Q_1 \sin 60^\circ + R_{by} - F_1 = 0 \\ M_1 - 3,0Q_1 + 5,0 \cos 60^\circ R_{bx} + 5,0 \sin 60^\circ R_{by} - 6,0 \sin 60^\circ F_1 = 0 \\ Q_2 + R_{cx} + F_2 \cos 20^\circ - R_{bx} = 0 \\ R_{cy} - F_2 \cos 70^\circ - R_{by} = 0 \\ -M_2 - 0,50Q_2 + F_2 \cos 20^\circ - 3,0R_{bx} = 0 \end{cases}$$

Turime tiesinių lygčių sistemą, kurioje yra 6 lygtys ir 6 nežinomieji: $R_{ax}, R_{ay}, R_{bx}, R_{by}, R_{cx}, R_{cy}$. Lygčių sistemą galima spręsti rankiniu būdu, galima pasinaudoti matematiniais paketais.

Toliau yra parodytas lygčių sistemos sprendimas rankiniu būdu:

$$\begin{cases} R_{ax} + R_{bx} - 4,50 \cdot 0,50 = 0 \\ R_{ay} - 4,50 \cdot 0,8660 + R_{by} - 6,50 = 0 \\ 2,50 - 3,0 \cdot 4,50 + 5,0 \cdot 0,50 R_{bx} + 5,0 \cdot 0,8660 R_{by} - 6,0 \cdot 0,8660 \cdot 6,50 = 0 \\ 1,50 + R_{cx} + 12,50 \cdot 0,9397 - R_{bx} = 0 \\ R_{cy} - 12,50 \cdot 0,3420 - R_{by} = 0 \\ -4,0 - 0,50 \cdot 1,50 + 12,50 \cdot 0,9397 - 3,0 R_{bx} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} R_{ax} + R_{bx} = 2,250 \\ R_{ay} + R_{by} = 10,397 \\ 2,50 R_{bx} + 4,330 R_{by} = 44,77 \\ R_{cx} - R_{bx} = -13,246 \\ R_{cy} - R_{by} = 4,275 \\ 3,0 R_{bx} = 6,996 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{ax} + R_{bx} = 2,250 \\ R_{ay} + R_{by} = 10,397 \\ 2,50 R_{bx} + 4,330 R_{by} = 44,77 \\ R_{cx} - R_{bx} = -13,246 \\ R_{cy} - R_{by} = 4,275 \\ R_{bx} = 2,332 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{ax} = 2,250 - 2,332 \\ R_{ay} + R_{by} = 10,397 \\ 4,330 R_{by} = 44,77 - 2,50 \cdot 2,332 \\ R_{cx} = -13,246 + 2,332 \\ R_{cy} - R_{by} = 4,275 \\ R_{bx} = 2,332 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} R_{ax} = -0,0820 \\ R_{ay} + R_{by} = 10,397 \\ 4,330 R_{by} = 38,94 \\ R_{cx} = -10,914 \\ R_{cy} - R_{by} = 4,275 \\ R_{bx} = 2,332 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{ax} = -0,0820 \\ R_{ay} = 10,397 - R_{by} \\ R_{by} = 8,993 \\ R_{cx} = -10,914 \\ R_{cy} = 4,275 + R_{by} \\ R_{bx} = 2,332 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{ax} = -0,0820 \\ R_{ay} = 10,397 - 8,993 \\ R_{by} = 8,993 \\ R_{cx} = -10,914 \\ R_{cy} = 4,275 + 8,993 \\ R_{bx} = 2,332 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{ax} = -0,0820 \\ R_{ay} = 1,4040 \\ R_{by} = 8,993 \\ R_{cx} = -10,914 \\ R_{cy} = 13,268 \\ R_{bx} = 2,332 \end{cases}$$

Jėgų R_{ax} ir R_{cx} reikšmės gautos su „-“ ženklu. Tai reiškia, kad šių jėgų kryptys yra priešingos, negu parodyta brėžinyje (4 pav.).

Sprendimo patikrinimas

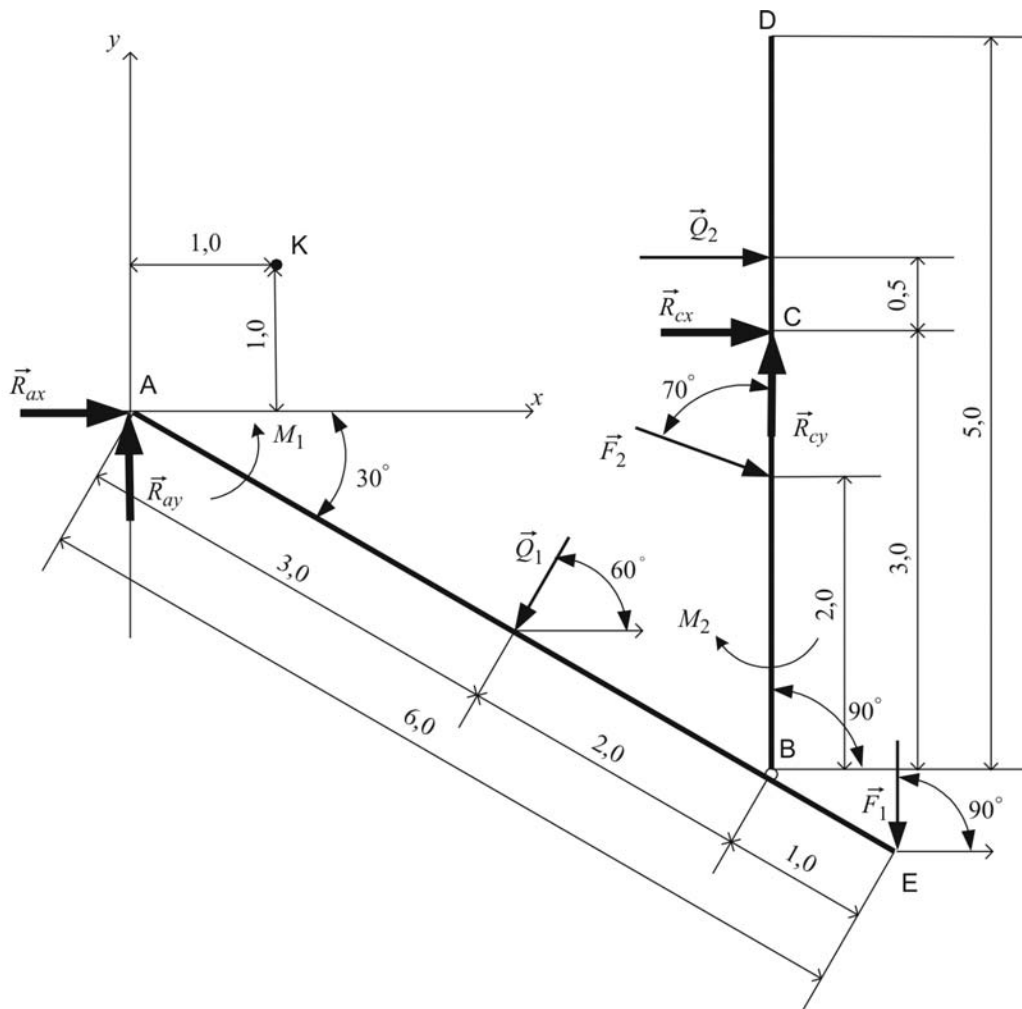
Patikrinti užrašome visos sistemos momentų pusiausvyros lygtį, kuri leis patikrinti išorinius ryšius: $R_{ax}, R_{ay}, R_{cx}, R_{cy}$.

Momentų pusiausvyros lygtį užrašykime taškui K, kurio koordinatės (1,0; 1,0).

$$\begin{aligned} \sum M_K(\vec{F}_i) &= R_{ax} - R_{ay} + M_1 - (3,0 \cos 30^\circ - 1,0) \cdot Q_1 \cos 30^\circ - (3,0 \sin 30^\circ + 1,0) \cdot Q_1 \cos 60^\circ - \\ &= (6,0 \cos 30^\circ - 1,0) \cdot F_1 + 0,5 R_{cx} + (5,0 \cos 30^\circ - 1,0) \cdot R_{cy} + 1,5 F_2 \cos 20^\circ - (5,0 \cos 30^\circ - 1,0) \cdot F_2 \cos 70^\circ - M_2 = \\ &= -0,0820 \cdot 1,0 - 1,4040 \cdot 1,0 + 2,50 - 1,5980 \cdot 4,50 \cdot 0,8660 - 2,50 \cdot 4,50 \cdot 0,50 - 4,196 \cdot 6,50 + 0,50 \cdot (-10,914) + \\ &= 3,330 \cdot 13,268 + 1,50 \cdot 12,50 \cdot 0,9397 - 3,330 \cdot 12,50 \cdot 0,342 - 4,0 = -0,0820 - 1,4040 - 6,227 - \\ &= 5,625 - 27,27 - 5,457 - 14,236 - 4,0 + 2,50 + 44,18 + 17,619 = -64,30 + 64,30 = 0,0 \end{aligned}$$

Kadangi gavome 0, galime sakyti, kad dydžiai $R_{ax}, R_{ay}, R_{cx}, R_{cy}$ buvo apskaičiuoti teisingai. 7 pav. pateikta schema, skirta patikrinti.

Pastaba. Jeigu patikrinimo rezultatas išeitų ne 0, o kitoks mažas skaičius, pavyzdžiui, 0,0321, tai patikrinimo rezultatai reikėtų vertinti kaip aprašytą 1 priedo antroje dalyje.



7 pav. Schema, skirta patikrinti

Atsakymų lentelė

Varianto Nr.	Rax	Ray	Rbx	Rby	Rcx	Rcy
241	-0,082 kN	1,404 kN	2,33 kN	8,99 kN	-10,91 kN	13,27 kN

Užduotys savarankiškam darbui

Toliau yra pateikiami uždaviniai, skirti savarankiškam darbui. Uždavinių sprendimo algoritmas yra analogiškas kaip ir anksčiau pateiktame pavyzdyje.

TM namo darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 1. Uzduoties duomenys: l1= 8.0 l2= 6.0 l3= 6.0 l4= 5.0 l5= 0.0 l6= 3.0 l7= 2.0 l8= 3.0 l9= 1.0 alfa=225.0 beta= 90.0 delta= 0.0 gamma=140.0 q11= 3.5 q12= 0.0 q2= 3.0 F1= 10.0 F2= 11.0 M1= 7.5 M2= 4.0

Schemos mazgu itvirtinimai:

- A- standus itvirtinimas
 - B- lankstinis kunu sujungimas
 - C- pasl. lankstas lygiagrecia str. pl.
 - D- nera itvirtinimo
- Rasti: Rax Ray Rbx Rby Mra Rc . Informacija schemos braizymui: xD= -4.24 yD= 1.76

TM namo darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 2. Uzduoties duomenys: l1= 7.0 l2= 5.0 l3= 5.0 l4= 3.0 l5= 1.0 l6= 4.0 l7= 2.0 l8= 2.0 l9= 2.0 alfa=240.0 beta= 0.0 delta= 90.0 gamma= 60.0 q11= 3.5 q12= 0.0 q2= 3.0 F1= 9.0 F2= 18.5 M1= 8.5 M2= 1.0

fī= 0.0 Schemos mazgu itvirtinimai:

- A- pasl. lankstas fi kampu pasvir. pl.
 - B- lankstinis kunu sujungimas
 - C- pasl. lankstas lygiagrecia str. pl.
 - D- nepaslankus lankstas
- Rasti: Ra Rc Rbx Rby Rdx Rdy . Informacija schemos braizymui: xD= 2.50 yD= -4.33

TM namu darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 3. Uzduoties duomenys:
I1= 6.0 I2= 4.0 I3= 10.0 I4= 6.0 I5= 1.0 I6= 2.0 I7= 5.0 I8= 4.0 I9= 9.0 alfa= 30.0 beta=270.0
delta=180.0 gamma=100.0 q11= 3.5 q12= 0.0 q2= 2.5 F1= 10.0 F2= 6.5 M1= 6.5 M2= 5.0
fi= 0.0 Schemos mazgu itvirtinimai:
A- pasl. lankstas fi kampu pasvir. pl. B- lankstinis kunu sujungimas
C- pasl. lankstas lygiagrečia str. pl. D- nepaslankus lankstas
Rasti: Ra Rc Rbx Rby Rdx Rdy . Informacija schemos braizymui: xD= 3.46 yD= -8.00

TM namu darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 4. Uzduoties duomenys:
I1= 10.0 I2= 8.0 I3= 10.0 I4= 6.0 I5= 5.0 I6= 3.0 I7= 3.0 I8= 5.0 I9= 9.0 alfa= 30.0 beta= 90.0
delta= 0.0 gamma= 70.0 q11= 0.0 q12= 5.5 q2= 2.0 F1= 7.0 F2= 14.0 M1= 6.0 M2= 4.0
Schemos mazgu itvirtinimai:
A- nepaslankus lankstas B- lankstinis kunu sujungimas
C- nepaslankus lankstas D- nera itvirtinimo
Rasti: Rax Ray Rbx Rby Rcx Rcy . Informacija schemos braizymui: xD= 6.93 yD= 14.00

TM namu darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 5. Uzduoties duomenys:
I1= 9.0 I2= 7.0 I3= 9.0 I4= 2.0 I5= 5.0 I6= 2.0 I7= 4.0 I8= 2.0 I9= 8.0 alfa=225.0 beta= 0.0
delta= 0.0 gamma= 50.0 q11= 0.0 q12= 1.0 q2= 2.5 F1= 9.0 F2= 9.5 M1= 7.0 M2= 6.0
Schemos mazgu itvirtinimai:
A- nepaslankus lankstas B- lankstinis kunu sujungimas
C- nepaslankus lankstas D- nera itvirtinimo
Rasti: Rax Ray Rbx Rby Rcx Rcy . Informacija schemos braizymui: xD= 4.05 yD= -4.95

TM namu darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 6. Uzduoties duomenys:
I1= 8.0 I2= 6.0 I3= 9.0 I4= 4.0 I5= 1.0 I6= 5.0 I7= 6.0 I8= 3.0 I9= 5.0 alfa= 30.0 beta= 90.0
delta=180.0 gamma= 30.0 q11= 0.0 q12= 4.0 q2= 3.0 F1= 10.0 F2= 17.0 M1= 1.5 M2= 10.0
Schemos mazgu itvirtinimai:
A- nepaslankus lankstas B- lankstinis kunu sujungimas
C- nepaslankus lankstas D- nera itvirtinimo
Rasti: Rax Ray Rbx Rby Rcx Rcy . Informacija schemos braizymui: xD= 5.20 yD= 12.00

TM namu darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 7. Uzduoties duomenys:
I1= 7.0 I2= 5.0 I3= 9.0 I4= 8.0 I5= 1.0 I6= 4.0 I7= 3.0 I8= 4.0 I9= 3.0 alfa=330.0 beta= 0.0
delta= 90.0 gamma=110.0 q11= 3.5 q12= 0.0 q2= 2.5 F1= 10.0 F2= 14.0 M1= 4.5 M2= 7.0
Schemos mazgu itvirtinimai:
A- standus itvirtinimas B- lankstinis kunu sujungimas
C- pasl. lankstas lygiagrečia str. pl. D- nera itvirtinimo
Rasti: Rax Ray Rbx Rby Mra Rc . Informacija schemos braizymui: xD= 13.33 yD= -2.50

TM namu darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 8. Uzduoties duomenys:
I1= 6.0 I2= 4.0 I3= 8.0 I4= 2.0 I5= 1.0 I6= 2.0 I7= 6.0 I8= 2.0 I9= 8.0 alfa=330.0 beta= 0.0
delta=180.0 gamma= 80.0 q11= 3.5 q12= 0.0 q2= 2.0 F1= 6.5 F2= 12.5 M1= 8.0 M2= 3.0
fi= 0.0 Schemos mazgu itvirtinimai:
A- pasl. lankstas fi kampu pasvir. pl. B- lankstinis kunu sujungimas
C- pasl. lankstas lygiagrečia str. pl. D- nepaslankus lankstas
Rasti: Ra Rc Rbx Rby Rdx Rdy . Informacija schemos braizymui: xD= 11.46 yD= -2.00

TM namu darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 9. Uzduoties duomenys:
I1= 5.0 I2= 4.0 I3= 6.0 I4= 4.0 I5= 1.0 I6= 3.0 I7= 3.0 I8= 2.0 I9= 6.0 alfa=330.0 beta=270.0
delta=180.0 gamma=110.0 q11= 4.5 q12= 0.0 q2= 1.5 F1= 8.5 F2= 6.5 M1= 9.0 M2= 7.0
fi= 30.0 Schemos mazgu itvirtinimai:
A- pasl. lankstas fi kampu pasvir. pl. B- lankstinis kunu sujungimas
C- pasl. lankstas lygiagrečia str. pl. D- nepaslankus lankstas
Rasti: Ra Rc Rbx Rby Rdx Rdy . Informacija schemos braizymui: xD= 3.46 yD= -8.00

TM namu darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 10. Uzduoties duomenys:
I1= 9.0 I2= 7.0 I3= 7.0 I4= 3.0 I5= 1.0 I6= 4.0 I7= 4.0 I8= 3.0 I9= 4.0 alfa=330.0 beta= 90.0
delta= 90.0 gamma= 70.0 q11= 4.0 q12= 0.0 q2= 2.0 F1= 6.0 F2= 9.5 M1= 7.5 M2= 2.0
Schemos mazgu itvirtinimai:
A- nepaslankus lankstas B- lankstinis kunu sujungimas
C- nepaslankus lankstas D- nera itvirtinimo
Rasti: Rax Ray Rbx Rby Rcx Rcy . Informacija schemos braizymui: xD= 6.06 yD= 3.50

TM namu darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 11. Uzduoties duomenys:
I1= 8.0 I2= 6.0 I3= 7.0 I4= 3.0 I5= 6.0 I6= 2.0 I7= 4.0 I8= 3.0 I9= 2.0 alfa=330.0 beta= 90.0
delta=180.0 gamma=120.0 q11= 4.5 q12= 0.0 q2= 1.0 F1= 7.5 F2= 8.0 M1= 1.5 M2= 9.0

Schemos mazgu itvirtinimai:

A- nepaslankus lankstas B- lankstinis kunu sujungimas

C- nepaslankus lankstas D- nera itvirtinimo

Rasti: Rax Ray Rbx Rby Rcx Rcy . Informacija schemos braizymui: xD= 5.20 yD= 4.00

TM namu darbas: Dvieju kunu sistema. STUD gr. Data: 2007 09 26 Var.nr.: 12. Uzduoties duomenys:
I1= 7.0 I2= 5.0 I3= 7.0 I4= 4.0 I5= 1.0 I6= 3.0 I7= 3.0 I8= 2.0 I9= 6.0 alfa=120.0 beta=180.0
delta= 90.0 gamma= 80.0 q11= 0.0 q12= 1.5 q2= 2.0 F1= 6.5 F2= 15.5 M1= 6.5 M2= 5.0

Schemos mazgu itvirtinimai:

A- nepaslankus lankstas B- lankstinis kunu sujungimas

C- nepaslankus lankstas D- nera itvirtinimo

Rasti: Rax Ray Rbx Rby Rcx Rcy . Informacija schemos braizymui: xD= -9.50 yD= 4.33

Atsakymai pagal variantus

var.nr.: 1 Koordinates: xE= -5.66 yE= -5.66 xD= -4.24 yD= 1.76
Rax 6.156 Ray -12.139 Rbx 7.557 Rby -8.426 Mra 58.009 Rc 8.514

var.nr.: 2 Koordinates: xE= -3.50 yE= -6.06 xD= 2.50 yD= -4.33
Ra -14.467 Rc 79.449 Rbx 6.062 Rby -19.967 Rdx 15.312 Rdy -37.461

var.nr.: 3 Koordinates: xE= 5.20 yE= 3.00 xD= 3.46 yD= -8.00
Ra 1.347 Rc -21.525 Rbx -11.750 Rby -1.684 Rdx 26.176 Rdy 2.813

var.nr.: 4 Koordinates: xE= 8.66 yE= 5.00 xD= 6.93 yD= 14.00
Rax 9.286 Ray 8.429 Rbx -6.411 Rby 1.284 Rcx -29.567 Rcy 3.504

var.nr.: 5 Koordinates: xE= -6.36 yE= -6.36 xD= 4.05 yD= -4.95
Rax -34.062 Ray -33.039 Rbx 43.769 Rby -32.332 Rcx 49.875 Rcy 44.610

var.nr.: 6 Koordinates: xE= 6.93 yE= 4.00 xD= 5.20 yD= 12.00
Rax -2.500 Ray 0.128 Rbx -12.500 Rby -8.532 Rcx -30.000 Rcy 23.254

var.nr.: 7 Koordinates: xE= 6.06 yE= -3.50 xD= 13.33 yD= -2.50
Rax -1.288 Ray 27.159 Rbx 4.788 Rby 11.097 Mra 108.537 Rc 12.058

var.nr.: 8 Koordinates: xE= 5.20 yE= -3.00 xD= 11.46 yD= -2.00
Ra 6.543 Rc -4.516 Rbx -4.750 Rby 3.512 Rdx -2.579 Rdy 17.314

var.nr.: 9 Koordinates: xE= 4.33 yE= -2.50 xD= 3.46 yD= -8.00
Ra 13.375 Rc 4.187 Rbx 1.562 Rby 5.737 Rdx 6.483 Rdy -3.514

var.nr.: 10 Koordinates: xE= 7.79 yE= -4.50 xD= 6.06 yD= 3.50
Rax 12.642 Ray -1.618 Rbx -8.642 Rby -14.546 Rcx -23.569 Rcy 17.795

var.nr.: 11 Koordinates: xE= 6.93 yE= -4.00 xD= 5.20 yD= 4.00
Rax -2.059 Ray 2.344 Rbx -3.191 Rby -1.553 Rcx -13.119 Rcy -2.447

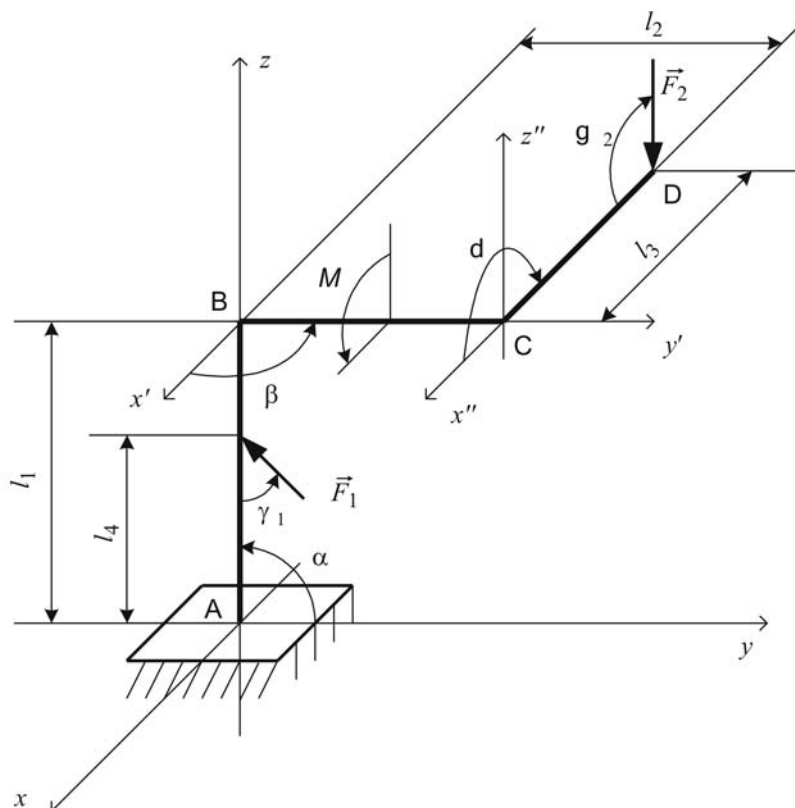
var.nr.: 12 Koordinates: xE= -3.50 yE= 6.06 xD= -9.50 yD= 4.33
Rax -12.273 Ray 14.257 Rbx 10.324 Rby 8.882 Rcx 7.633 Rcy -28.147

Pastaba. Tikrinant atsakymus reikia turėti omenyje, kad ieškomos jėgos (arba momento) ženklas priklauso nuo pasirinktos krypties. Dėl šitos priežasties studento gautų jėgų (momentų) ženklai gali ir nesutapti su atsakymuose pateiktais: tai nėra klaida. Svarbu, kad sutaptų ieškomų jėgų (momentų) absoliutūs dydžiai.

2 NAMŲ DARBAS

STATIKA. ERDVINĖ GEMBĖ

Darbo užduotis – pagal savo varianto duomenis iš bendrosios schemos (1 pav.) sudaryti uždavinio skaičiuojamąją schemą ir apskaičiuoti užduotyje nurodytas erdvinės jėgų sistemos ryšių reakcijas. Skaičiavimų tikslumas – ne mažiau kaip trys reikšminiai skaitmenys (žr. 1 priedą). Sprendimo rezultatus pateikti lentelėje.



1 pav. Bendroji erdvinės jėgų sistemos schema

Uždavinio schemos sudarymo taisyklės

Uždavinio schema sudaroma iš bendrosios schemos (1 pav.) laikantis toliau išdėstytų taisyklių:

- Visi pateikti ilgiai turi būti atidėti proporcingai, t. y. pagal pasirinktą mastelį.
- Kampai α ir γ_1 turi būti atidėti tiksliai.
- Kampai β , δ ir γ_2 turi būti atidėti taip, kad aiškiai matytųsi, kokiam plokštumui priklauso kampas.
- Kampas α atidedamas plokštumoje (yAz) nuo ašies y priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampas γ_1 atidedamas nuo erdvinio rėmo grandies AB plokštumoje (yAz) priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampas β atidedamas plokštumoje ($x'By'$) nuo ašies x' priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampas δ atidedamas plokštumoje ($x''Cz''$) nuo ašies x'' pagal laikrodžio rodyklės judėjimo kryptį, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampas γ_2 atidedamas plokštumoje ($x''Cz''$) nuo erdvinio rėmo grandies CD pagal laikrodžio rodyklės judėjimo kryptį, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Erdvinio rėmo grandis AB atidedama plokštumoje (yAz), kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Erdvinio rėmo grandis BC atidedama plokštumoje ($x'By'$), kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Erdvinio rėmo grandis CD atidedama plokštumoje ($x''Cz''$), kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Momentas M atidedamas plokštumoje, kuri yra statmena erdvinio rėmo grandžiai BC, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).

- Momento M kryptis yra priešinga laikrodžio rodyklės judėjimo kryptiai, žiūrint iš taško C į tašką B (1 pav.).
- Jėga \vec{F}_1 atidedama plokštumoje (yAz), kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Jėga \vec{F}_2 atidedama plokštumoje ($x''Cz''$), kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).

Uždavinio schemos sudarymo algoritmas

- Pasirinkti tinkamą mastelį. Pvz., 1:100 (vienas centimetras atitinka vieną metrą) arba 1:50 (vienas centimetras atitinka pusę metro) ir pan. Jeigu pasirinktas mastelis yra per didelis, t. y. brėžinys netelpa į lapą, mastelis turi būti sumažintas. Jeigu brėžinys yra per mažas ir dėlto neaiškus, mastelis turi būti padidintas. Rekomenduojamas mastelis 1:100.
- Laisvai pasirinkti tašką A.
- Nubrėžti koordinačių ašis:
 - Ašis Ay turi būti nubrėžta horizontaliai.
 - Ašis Az turi būti nubrėžta vertikaliai.
 - Ašis Ax yra statmena brėžinio plokštumai, dėlto jinai braižoma į apačią nuo taško A. Kampas tarp ašies x ir neigiamos ašies y krypties yra 45° (1 pav.).
- Plokštumoje (yAz) atidėti kampą α nuo y ašies ir pagal pasirinktą mastelį, įvertinus atstumą l_1 , nubrėžti erdvinio rėmo grandį AB.
- Pagal atstumą l_4 nustatyti jėgos \vec{F}_1 pridėjimo tašką ir pavaizduoti tą jėgą plokštumoje (yAz) atidėjus kampą γ_1 nuo erdvinio rėmo grandies AB.
- Taške B nubrėžti papildomas ašis $x' \parallel x$ ir $y' \parallel y$.
- Plokštumoje ($x'By'$) atidėti kampą β nuo x' ašies ir pagal pasirinktą mastelį, įvertinus atstumą l_2 , nubrėžti erdvinio rėmo grandį BC.
- Plokštumoje, kuri yra statmena erdvinio rėmo grandžiai BC, atidėti momentą M . Momentas M turi būti atidėtas priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, žiūrint iš taško C į tašką B.
- Taške C nubrėžti papildomas ašis $x'' \parallel x$ ir $z'' \parallel z$.
- Plokštumoje ($x''Cz''$) atidėti kampą δ nuo x'' ašies ir pagal pasirinktą mastelį, įvertinus atstumą l_3 , nubrėžti erdvinio rėmo grandį CD.
- Taške D pridėti jėgą \vec{F}_2 , prieš tai plokštumoje ($x''Cz''$) atidėjus kampą γ_2 nuo erdvinio rėmo grandies CD.

Užduoties sprendimo pavyzdys

Užduotis

Namų darbas: Erdvinė gembė. test gr. Data: 2007 11 02 Var.nr.: 6

Užduoties duomenys: $l_1 = 5.0$ $l_2 = 3.5$ $l_3 = 3.0$ $l_4 = 4.0$ $\alpha = 180.0$ $\beta = 270.0$ $\delta = 270.0$ $\gamma_1 = 240.0$ $\gamma_2 = 240.0$ $F_1 = 5.0$ $F_2 = 4.0$ $M = 6.5$

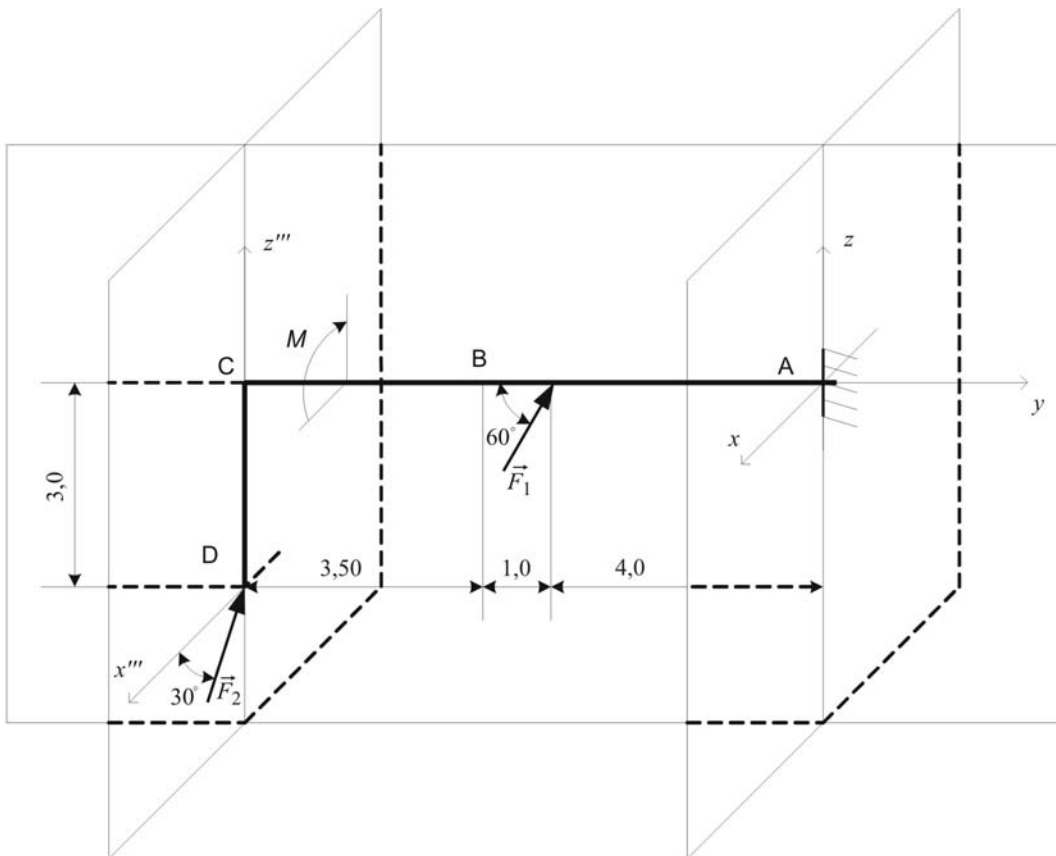
Rasti: R_x , R_y , R_z , M_x , M_y , M_z .

Skaičiuojamosios uždavinio schemos sudarymo paaiškinimai (forminant darbą skaičiuojamosios uždavinio schemos sudarymo paaiškinimų rašyti nebūtina)

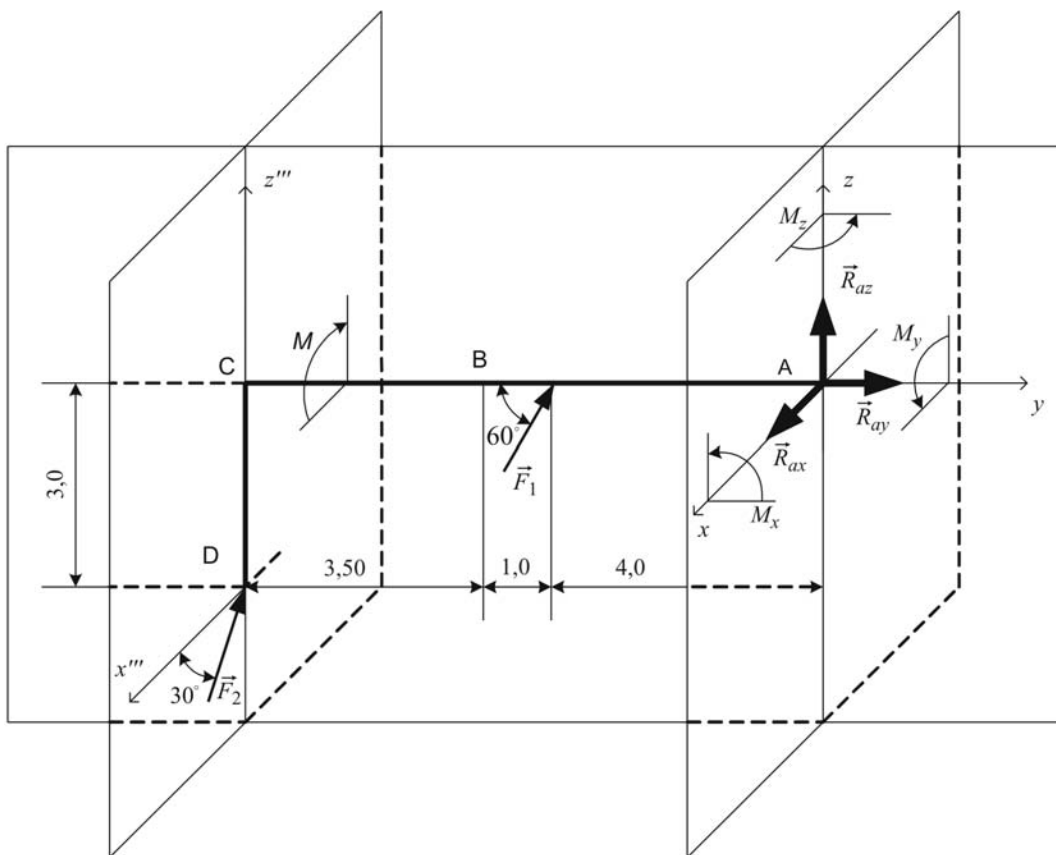
Kadangi pagal sąlygą $\alpha = 180^\circ$, o $\beta = 270^\circ$, tai išeina, kad taškai A, B ir C yra vienoje tiesėje. Įvertinę tai, kad $\delta = 270^\circ$, gauname, kad rėmas ABCD yra plokštumoje (yAz). Jėga \vec{F}_1 irgi pridėta plokštumoje (yAz) ir sudaro 60° kampą, kurio y ašies kryptis teigiama (nes pagal sąlygą $\gamma_1 = 240^\circ$). Jėga \vec{F}_2 pridėta plokštumoje ($x''Dz''$) ir sudaro 30° kampą, kurio x'' ašies kryptis neigiama (nes pagal sąlygą $\gamma_2 = 240^\circ$). Brėžinyje pavaizduotos plokštumos (yAz) ir ($x''Dz''$) yra lygiagrečios tarpusavyje ir statmenos plokštumai (yAz).

Pagal užduoties duomenis sudarome užduoties schemą (2 pav.).

Įtvirtinimus taške A pakeičiame ryšių reakcijomis (3 pav.). Kadangi pagal sąlygą taške A yra erdvinė gembė, tai turime pridėti tris reakcijos jėgos dedamąsias: R_{ax} , R_{ay} , R_{az} ir tris reakcijos momento dedamąsias apie kiekvieną koordinačių ašį: M_x , M_y , M_z .



2 pav. Užduoties schema



3 pav. Užduoties skaičiuojamoji schema

Taigi turime erdvinę laisvai išdėstytų jėgų sistemą. Žinome, kad tokiai sistemai galima užrašyti šešias nepriklausomas pusiausvyros lygtis. Nežinomųjų irgi yra šeši (R_{ax} , R_{ay} , R_{az} , M_x , M_y , M_z), tai reiškia, kad uždavinys yra statiškai išsprendžiamas. Nežinomųjų jėgų ir momentų kryptis galime pasirinkti laisvai.

Pateikto erdvinio rėmo pusiausvyros sąlygos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \vec{F}_{ix} = 0 \\ \sum \vec{F}_{iy} = 0 \\ \sum \vec{F}_{iz} = 0 \\ \sum M_x(\vec{F}_i) = 0 \\ \sum M_y(\vec{F}_i) = 0 \\ \sum M_z(\vec{F}_i) = 0 \end{array} \right. \text{ arba } \left\{ \begin{array}{l} R_{ax} - F_2 \cos 30^\circ = 0 \\ R_{ay} + F_1 \cos 60^\circ = 0 \\ R_{az} + F_1 \cos 30^\circ + F_2 \cos 60^\circ = 0 \\ M_x - 4,0 \cdot F_1 \cos 30^\circ - 8,50 \cdot F_2 \cos 60^\circ = 0 \\ M_y - M + 3,0 \cdot F_2 \cos 30^\circ = 0 \\ M_z - 8,50 \cdot F_2 \cos 30^\circ = 0 \end{array} \right.$$

Istatę į lygtis pateiktas reikšmes, gauname:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{ax} - 4,0 \cos 30^\circ = 0 \\ R_{ay} + 5,0 \cos 60^\circ = 0 \\ R_{az} + 5,0 \cos 30^\circ + 4,0 \cdot \cos 60^\circ = 0 \\ M_x - 4,0 \cdot 5,0 \cos 30^\circ - 8,50 \cdot 4,0 \cos 60^\circ = 0 \\ M_y - 6,50 + 3,0 \cdot 4,0 \cos 30^\circ = 0 \\ M_z - 8,50 \cdot 4,0 \cos 30^\circ = 0 \end{array} \right.$$

Atlikę aritmetinius skaičiavimus, gauname:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{ax} = 4,0 \cos 30^\circ = 4,0 \cdot 0,8660 = 3,46 \\ R_{ay} = -5,0 \cos 60^\circ = -5,0 \cdot 0,50 = -2,50 \\ R_{az} = -5,0 \cdot \cos 30^\circ - 4,0 \cdot \cos 60^\circ = -5,0 \cdot 0,8660 - 4,0 \cdot 0,50 = -6,33 \\ M_x = 4,0 \cdot 5,0 \cos 30^\circ + 8,50 \cdot 4,0 \cdot \cos 60^\circ = 20,0 \cdot 0,8660 + 34,0 \cdot 0,5 = 34,3 \\ M_y = 6,50 - 3,0 \cdot 4,0 \cos 30^\circ = 6,50 - 12,0 \cdot 0,8660 = -3,89 \\ M_z = 8,50 \cdot 4,0 \cos 30^\circ = 34,0 \cdot 0,8660 = 29,4 \end{array} \right.$$

Atsakymus užrašome į lentelę.

Atsakymų lentelė

Varianto Nr.	Rax	Ray	Raz	Mx	My	Mz
6	3,46 kN	-2,50 kN	-6,33 kN	34,3 kNm	-3,89 kNm	29,4 kNm

Dydžius R_{ay} , R_{az} ir M_y gavome su neigiamu ženklu, tai reiškia, kad šitų dydžių kryptys yra priešingos, negu parodyta brėžinyje.

Užduotys, skirtos savarankiškam darbui

Toliau yra pateikiami uždaviniai, skirti savarankiškam darbui. Uždavinių sprendimo algoritmas yra analogiškas, kaip ir anksčiau pateiktame pavyzdyje.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 1 Užduoties duomenys: l1= 5.5 l2= 4.0 l3= 2.5 l4= 1.5 alfa=180.0 beta=270.0 delta=180.0 gamma1=210.0 gamma2=105.0 F1= 7.0 F2= 3.5 M= 5.5 Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 2 Užduoties duomenys: $l_1= 7.0$ $l_2= 4.0$ $l_3= 2.5$ $l_4= 5.0$ $\alpha=180.0$ $\beta=180.0$ $\delta=270.0$ $\gamma_1=285.0$ $\gamma_2=255.0$ $F_1= 6.0$ $F_2= 5.5$ $M= 4.0$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 3 Užduoties duomenys: $l_1= 6.5$ $l_2= 3.5$ $l_3= 2.5$ $l_4= 2.5$ $\alpha= 90.0$ $\beta=270.0$ $\delta= 90.0$ $\gamma_1= 15.0$ $\gamma_2=225.0$ $F_1= 6.0$ $F_2= 4.0$ $M= 6.0$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 4 Užduoties duomenys: $l_1= 6.0$ $l_2= 3.5$ $l_3= 3.0$ $l_4= 1.5$ $\alpha=90.0$ $\beta=180.0$ $\delta=270.0$ $\gamma_1=240.0$ $\gamma_2=285.0$ $F_1= 6.0$ $F_2= 4.5$ $M= 6.0$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 5 Užduoties duomenys: $l_1= 5.5$ $l_2= 4.0$ $l_3= 2.0$ $l_4= 1.0$ $\alpha=270.0$ $\beta= 90.0$ $\delta= 90.0$ $\gamma_1= 75.0$ $\gamma_2=285.0$ $F_1= 10.0$ $F_2= 6.0$ $M= 3.5$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 6 Užduoties duomenys: $l_1= 6.0$ $l_2= 3.0$ $l_3= 3.0$ $l_4= 5.0$ $\alpha= 90.0$ $\beta=180.0$ $\delta=180.0$ $\gamma_1=270.0$ $\gamma_2=300.0$ $F_1= 5.0$ $F_2= 3.0$ $M= 3.5$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 7 Užduoties duomenys: $l_1= 5.5$ $l_2= 3.5$ $l_3= 3.0$ $l_4= 4.0$ $\alpha=270.0$ $\beta= 90.0$ $\delta=180.0$ $\gamma_1=270.0$ $\gamma_2=315.0$ $F_1= 5.0$ $F_2= 5.5$ $M= 5.0$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 8 Užduoties duomenys: $l_1= 5.0$ $l_2= 3.5$ $l_3= 2.0$ $l_4= 3.5$ $\alpha=180.0$ $\beta=270.0$ $\delta=180.0$ $\gamma_1=120.0$ $\gamma_2=255.0$ $F_1= 10.0$ $F_2= 5.0$ $M= 5.5$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 9 Užduoties duomenys: $l_1= 6.5$ $l_2= 3.5$ $l_3= 2.0$ $l_4= 4.0$ $\alpha= 90.0$ $\beta=180.0$ $\delta=180.0$ $\gamma_1=285.0$ $\gamma_2=195.0$ $F_1= 9.5$ $F_2= 4.0$ $M= 6.5$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 10 Užduoties duomenys: $l_1= 6.5$ $l_2= 4.0$ $l_3= 2.5$ $l_4= 3.5$ $\alpha= 0.0$ $\beta=180.0$ $\delta=270.0$ $\gamma_1=285.0$ $\gamma_2=285.0$ $F_1= 9.0$ $F_2= 5.0$ $M= 3.5$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 11 Užduoties duomenys: $l_1= 6.0$ $l_2= 3.5$ $l_3= 2.0$ $l_4= 2.5$ $\alpha=270.0$ $\beta=180.0$ $\delta=180.0$ $\gamma_1=240.0$ $\gamma_2=330.0$ $F_1= 8.0$ $F_2= 3.5$ $M= 6.5$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Namų darbas: Erdvinė gembė. STUD gr. Data: 2007 11 06 Var.nr.: 12 Užduoties duomenys: $l_1= 7.0$ $l_2= 3.0$ $l_3= 2.0$ $l_4= 3.0$ $\alpha= 90.0$ $\beta= 90.0$ $\delta= 0.0$ $\gamma_1=165.0$ $\gamma_2=225.0$ $F_1= 10.0$ $F_2= 3.5$ $M= 7.5$
Rasti: Rax, Ray, Raz, Mx, My, Mz.

Atsakymai pagal variantus

var.nr.: 1 $R_{Ax}= -0.906$ $R_{Ay}= -6.062$ $R_{Az}= -0.119$ $M_{rx}= -26.867$ $M_{ry}= 13.952$ $M_{rz}= -8.606$

var.nr.: 2 $R_{Ax}= 5.313$ $R_{Ay}= 1.553$ $R_{Az}= -7.219$ $M_{rx}= 42.942$ $M_{ry}= -18.976$ $M_{rz}= 37.188$

var.nr.: 3 $R_{Ax}= -2.828$ $R_{Ay}= 1.553$ $R_{Az}= -2.967$ $M_{rx}= -13.782$ $M_{ry}= -19.456$ $M_{rz}= -9.899$

var.nr.: 4 $R_{Ax}= 4.347$ $R_{Ay}= -5.196$ $R_{Az}= 4.165$ $M_{rx}= 13.794$ $M_{ry}= 17.116$ $M_{rz}= 0.000$

var.nr.: 5 $R_{Ax}= -5.796$ $R_{Ay}= -9.659$ $R_{Az}= 1.035$ $M_{rx}= -15.871$ $M_{ry}= 16.784$ $M_{rz}= 23.182$

var.nr.: 6 $R_{Ax}= 1.500$ $R_{Ay}= -5.000$ $R_{Az}= -2.598$ $M_{rx}= 28.500$ $M_{ry}= -6.588$ $M_{rz}= 0.000$

var.nr.: 7 $R_{Ax}= 3.889$ $R_{Ay}= 5.000$ $R_{Az}= -3.889$ $M_{rx}= 6.388$ $M_{ry}= -38.057$ $M_{rz}= -13.612$

var.nr.: 8 $R_{Ax}= -1.294$ $R_{Ay}= -5.000$ $R_{Az}= 3.831$ $M_{rx}= 10.741$ $M_{ry}= -4.159$ $M_{rz}= -11.000$

var.nr.: 9 $R_{Ax}= -3.864$ $R_{Ay}= -9.176$ $R_{Az}= -3.494$ $M_{rx}= 43.205$ $M_{ry}= -30.808$ $M_{rz}= 0.000$

var.nr.: 10 $R_{Ax}= 4.830$ $R_{Ay}= -2.329$ $R_{Az}= 9.987$ $M_{rx}= 42.338$ $M_{ry}= -6.898$ $M_{rz}= -31.393$

var.nr.: 11 $R_{Ax}= 3.031$ $R_{Ay}= 6.928$ $R_{Az}= -5.750$ $M_{rx}= 23.821$ $M_{ry}= -27.812$ $M_{rz}= 0.000$

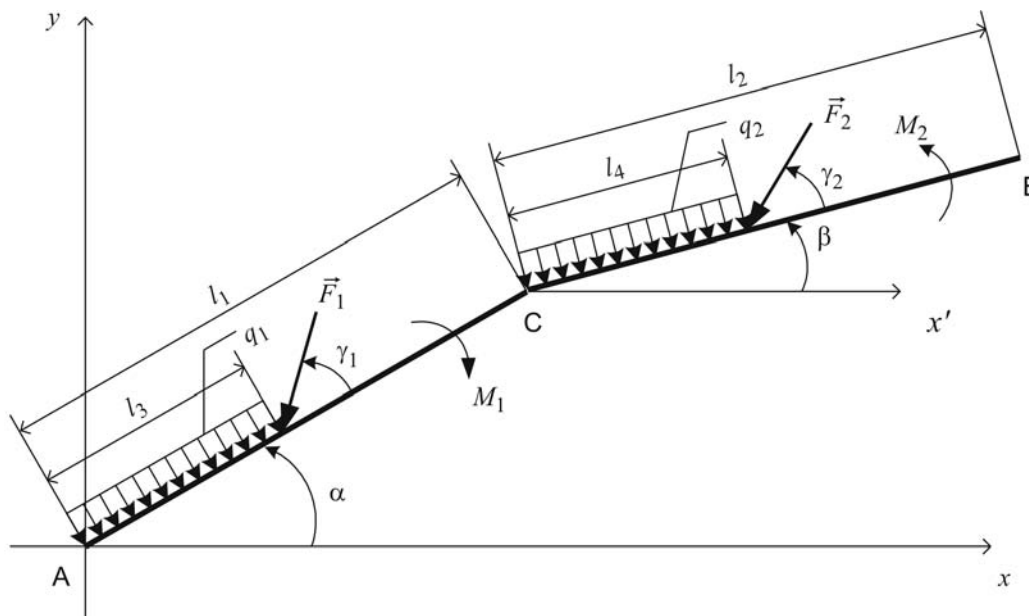
var.nr.: 12 $R_{Ax}= 2.475$ $R_{Ay}= 2.588$ $R_{Az}= 12.134$ $M_{rx}= -0.340$ $M_{ry}= 4.874$ $M_{rz}= -7.425$

Pastaba. Tikrinant atsakymus reikia turėti omenyje, kad ieškomos jėgos (arba momento) ženklas priklauso nuo pasirinktos krypties. Dėl šitos priežasties studento gautų jėgų (momentų) ženklai gali ir nesutapti su atsakymuose pateiktais: tai nėra klaida. Svarbu, kad sutaptų ieškomų jėgų (momentų) absoliutūs dydžiai.

1 KONTROLINIS DARBAS

STATIKA. PLOKŠČIOJI BET KAIP IŠDĖSTYTŲ JĖGŲ SISTEMA

Darbo uždavinys – pagal savo varianto duomenis iš bendrosios schemos (1 pav.) sudaryti uždavinio skaičiuojamąją schemą ir apskaičiuoti uždutyje nurodytas plokščio rėmo ryšių reakcijas. Skaičiavimų tikslumas – ne mažiau kaip trys reikšminiai skaitmenys (žr. 1 priedą). Sprendimo rezultatus pateikti lentelėje.

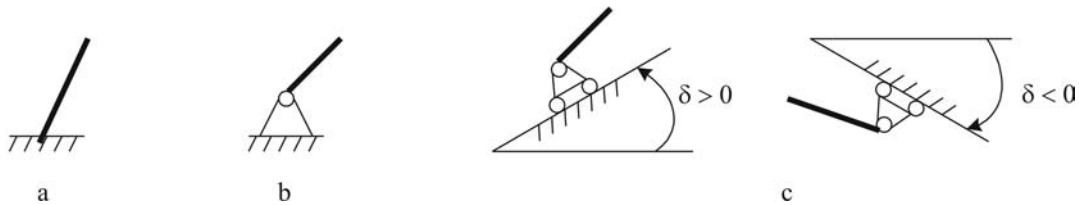


1 pav. Bendroji plokščiosios bet kaip išdėstytų jėgų sistemos schema

Uždavinio schemos sudarymas

Uždavinio schema sudaroma iš bendrosios schemos (1 pav.) laikantis toliau išdėstytų taisyklių:

- Visi pateikti kampai turi būti atidėti tiksliai.
- Visi pateikti ilgiai turi būti atidėti proporcingai, t. y. pagal pasirinktą mastelį.
- Kampai α ir β atidedami nuo horizontaliosios abscisių ašies priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampas δ atidedamas nuo horizontaliosios abscisių ašies priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, jeigu duomenyse pateikta teigiama kampo reikšmė, ir sutampančia su laikrodžio rodyklės judėjimu kryptimi, jeigu duomenyse nurodyta neigiama kampo reikšmė (1 pav.).
- Kampas γ_1 atidedamas nuo rėmo atkarpos AC priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampas γ_2 atidedamas nuo rėmo atkarpos CB priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Momento M_1 kryptis yra tokia, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.), jeigu duomenyse pateikta teigiama momento reikšmė. Jeigu reikšmė neigiama – momento M_1 kryptis skaičiuojamojoje schemoje turi būti pakeista į priešingą negu bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Momento M_2 kryptis nustatyti taikoma tokia pat taisyklė, kaip ir momentui M_1 .
- Taške A gali būti tokie įtvirtinimų tipai: gembė (2 pav., a), nepaslankus lankstas (2 pav., b), paslankus lankstas δ kampu pasvirusia plokštuma (2 pav., c).
- Taške B gali būti tokie įtvirtinimų tipai: nepaslankus lankstas (2 pav., b), paslankus lankstas δ kampu pasvirusia plokštuma (2 pav., c).
- Taške C negali būti jokio įtvirtinimo.



2 pav. Galimi įtvirtinimų tipai

Uždavinio schemos sudarymo algoritmas:

- Pasirinkti tinkamą mastelį. Pvz., 1:100 (vienas centimetras atitinka vieną metrą) arba 1:50 (vienas centimetras atitinka pusę metro) ir pan. Jeigu pasirinktas mastelis yra per didelis, t. y. brėžinys netelpa į lapą, mastelis turi būti sumažintas. Jeigu brėžinys yra per mažas ir dėlto neaiškus, mastelis turi būti padidintas. Rekomenduojamas mastelis 1:100.
- Atidėti kampą α nuo absčių ašies ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti rėmo atkarpa AC.
- Pagal atstumą l_3 nustatyti išskirstytosios apkrovos q_1 padėtį ir nubraižyti tą apkrovą. Tuo atveju, kai $q_1 = 0$, išskirstytosios apkrovos q_1 braižyti nereikia.
- Nuo taško A atkarpoje AC atidėti atstumą l_3 ir įvertinus kampą γ_1 pridėti jėgą \vec{F}_1 .
- Nustatyti momento M_1 kryptį ir atidėti momentą M_1 bet kurioje rėmo atkarpos AC vietoje. Tuo atveju, kai $M_1 = 0$, momento M_1 atidėti nereikia.
- Nustatyti ryšio tipą taške A ir nubraižyti tą ryšį.
- Taške C atidėti kampą β nuo absčių ašies ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti rėmo atkarpa CB.
- Pagal atstumą l_4 nustatyti išskirstytosios apkrovos q_2 padėtį ir nubraižyti tą apkrovą. Tuo atveju, kai $q_2 = 0$, išskirstytosios apkrovos q_2 braižyti nereikia.
- Nuo taško C atkarpoje CB atidėti atstumą l_4 ir įvertinus kampą γ_2 pridėti jėgą \vec{F}_2 .
- Nustatyti momento M_2 kryptį ir atidėti momentą M_2 bet kurioje rėmo atkarpos CB vietoje. Tuo atveju, kai $M_2 = 0$, momento M_2 atidėti nereikia.
- Nustatyti ryšio tipą taške C ir nubraižyti tą ryšį.

Uždavinio schemos sudarymo patikrinimas

Kiekviename užduoties variante yra nurodomos taško B koordinatės Dekarto koordinatinių sistemoje su sąlyga, kad taško A koordinatės yra (0,0; 0,0). Pasinaudojant šita informacija galima patikrinti, ar teisingai buvo nubraižytos rėmo atkarpos AC ir CB.

Užduoties sprendimo pavyzdys

Užduoties duomenys:

TM darbas: Plokščioji jėgų sistema. TI07 gr. Data:2007 09 24 Var.nr.:271 Užduoties duomenys:

$l_1 = 6.0$ $\alpha = 180.0$ $l_2 = 10.0$ $\beta = 270.0$ $l_3 = 5.0$ $l_4 = 3.0$ $q_1 = 2.5$ $q_2 = 0.0$

$F_1 = 5.0$ $\gamma_1 = 60.0$ $F_2 = 13.0$ $\gamma_2 = 90.0$ $M_1 = 13.0$ $M_2 = 0.0$ $\delta = -60.0$

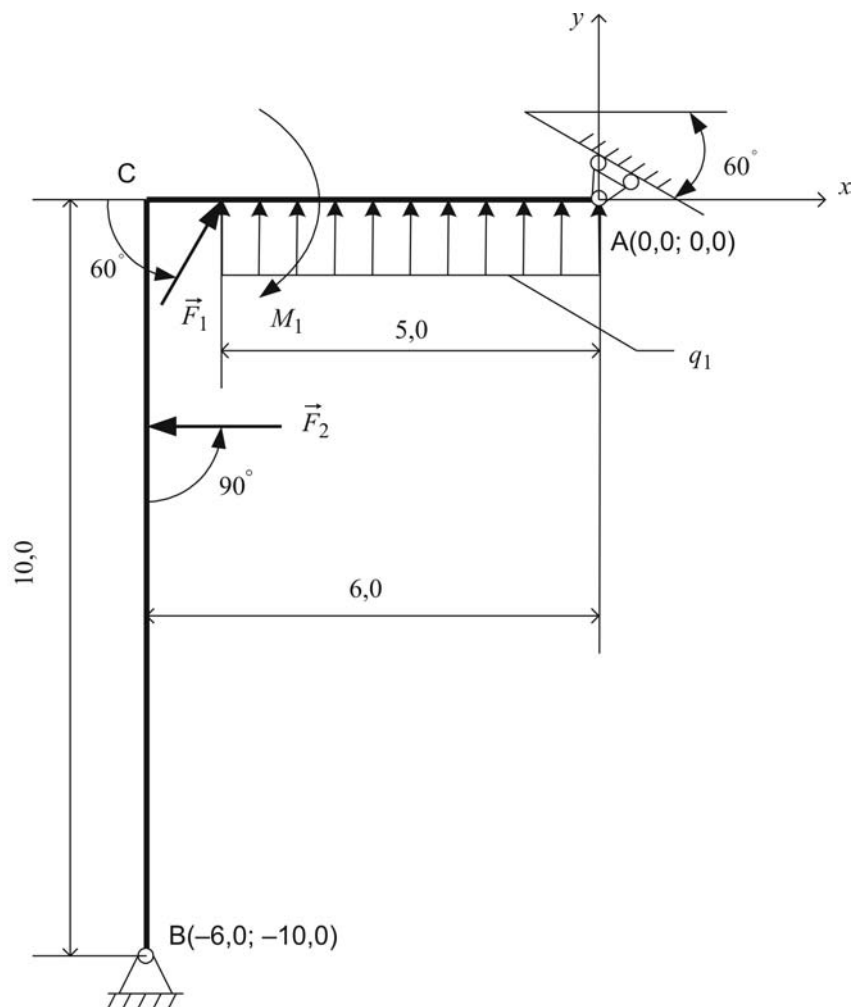
Schemos mazgu itvirtinimai: A-paslankus lankstas delta kampu pasvirusia pl.

C-nera itvirtinimo

B-nepaslankus lankstas

Rasti: R_a R_{bx} R_{by} . Informacija schemos braižymui: $x_B = -6.00$ $y_B = -10.00$

Pagal užduoties duomenis sudarome užduoties schemą (3 pav.):



3 pav. Užduoties schema

Išskirstytąją apkrovą q_1 pakeičiame koncentruota jėga Q_1 :

$$Q_1 = q_1 \cdot l_3 = 2,50 \cdot 5,0 = 12,50 \text{ kN.}$$

Jėgos Q_1 pridėjimo taškas nuo taško A yra nutolęs atstumu $\frac{1}{2}l_3 = \frac{1}{2} \cdot 5,0 = 2,50 \text{ m.}$

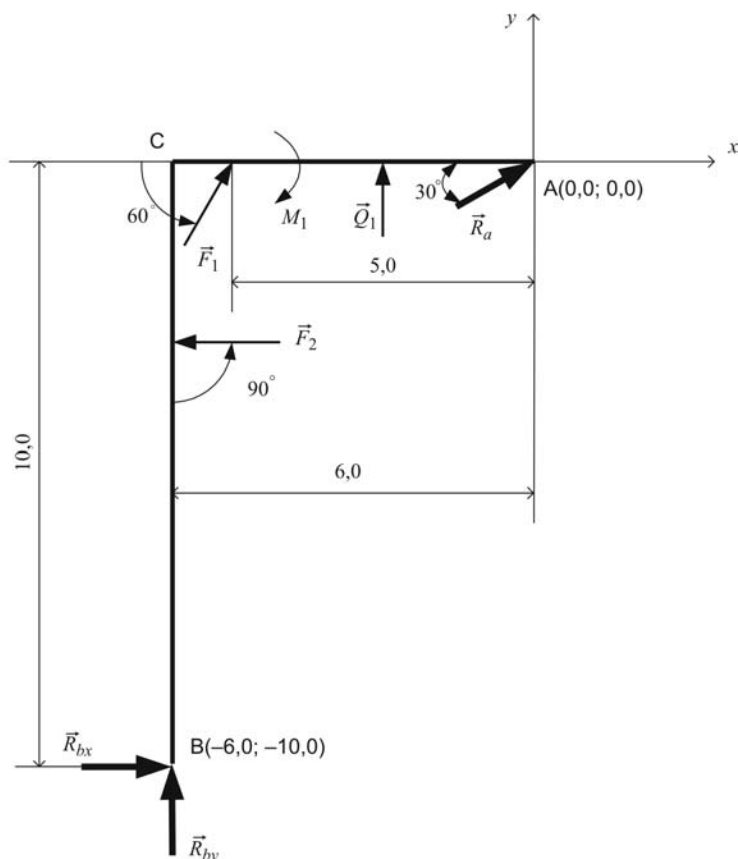
Įtvirtinimus taškuose A ir B pakeičiame ryšių reakcijomis (4 pav.).

Užrašykime kūno ACB pusiausvyros sąlygas:

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_{ix} = 0 \\ \sum \vec{F}_{iy} = 0 \\ \sum M_B(\vec{F}_i) = 0 \end{cases}$$

arba

$$\begin{cases} R_{bx} - F_2 + F_1 \cos 60^\circ + R_a \cos 30^\circ = 0 \\ R_{by} + F_1 \cos 30^\circ + Q_1 + R_a \cos 60^\circ = 0 \\ 7,0F_2 - 10,0F_1 \cos 60^\circ + 1,0F_1 \cos 30^\circ - M_1 + 3,50Q_1 - 10,0R_a \cos 30^\circ + 6,0R_a \cos 60^\circ = 0 \end{cases}$$



4 pav. Užduoties skaičiuojamoji schema

Turime tiesinių lygčių sistemą, kurioje yra 3 lygtys ir 3 nežinomieji: R_a , R_{bx} , R_{by} . Lygčių sistemą galima spręsti rankiniu būdu, galima pasinaudoti matematiniais paketais.

Toliau yra parodytas lygčių sistemos sprendimas rankiniu būdu:

$$\begin{cases} R_{bx} - 13,0 + 5,0 \cdot 0,50 + R_a \cdot 0,8660 = 0 \\ R_{by} + 5,0 \cdot 0,8660 + 12,50 + R_a \cdot 0,50 = 0 \\ 7,0 \cdot 13,0 - 10,0 \cdot 5,0 \cdot 0,50 + 5,0 \cdot 0,8660 - 13,0 + 3,50 \cdot 12,50 - 10,0 R_a \cdot 0,8660 + 6,0 R_a \cdot 0,50 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

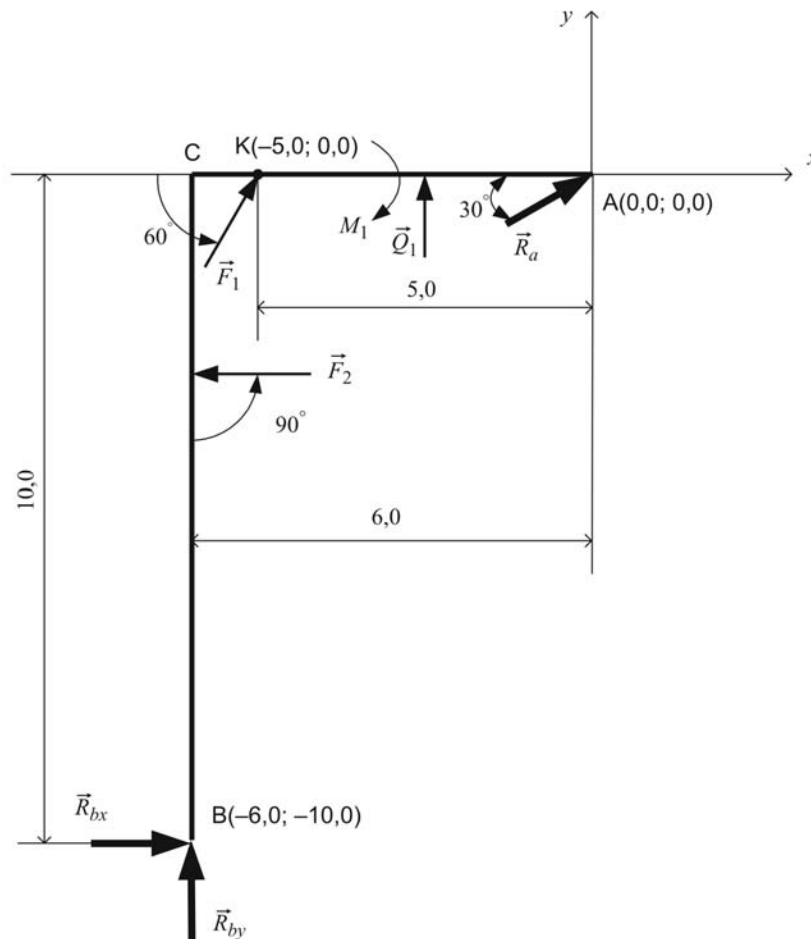
$$\begin{cases} R_{bx} + 0,8660 R_a = 10,50 \\ R_{by} + 0,50 R_a = -16,83 \\ 5,660 R_a = 101,08 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{bx} = 10,50 - 0,8660 R_a \\ R_{by} = -16,83 - 0,50 R_a \\ R_a = 17,859 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} R_{bx} = 10,50 - 0,8660 \cdot 17,859 \\ R_{by} = -16,83 - 0,50 \cdot 17,859 \\ R_a = 17,859 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{bx} = -4,966 \\ R_{by} = -25,76 \\ R_a = 17,859 \end{cases}$$

Jėgų R_{bx} ir R_{by} reikšmės gautos su „-“ ženklais. Tai reiškia, kad šių jėgų kryptys yra priešingos, negu parodyta brėžinyje (4 pav.).

Sprendimo patikrinimas

Patikrinti užrašome visų sistemos jėgų momentų pusiausvyros lygtį taško K, kurio koordinatės $(-5,0; 0,0)$, atžvilgiu (5 pav.).



5 pav. Schema, skirta patikrinti

$$\sum M_K (\vec{F}_i) = 10,0 R_{bx} - 1,0 R_{by} - 3,0 F_2 - M_1 + 2,50 Q_1 + 5,0 R_a \cos 60^\circ =$$

$$10,0 \cdot (-4,966) + 25,76 - 3,0 \cdot 13,0 - 13,0 + 2,50 \cdot 12,5 + 5,0 \cdot 17,859 \cdot 0,50 =$$

$$-49,66 + 25,76 - 39,0 - 13,0 + 31,25 + 44,65 = -101,66 + 101,66 = 0$$

Kadangi gavome 0, galime sakyti, kad dydžiai R_a , R_{bx} ir R_{by} buvo apskaičiuoti teisingai.

Pastaba. Jeigu patikrinimo rezultatas išeitų ne 0, o kitoks mažas skaičius, pavyzdžiui, 0,0210, tai patikrinimo rezultatą reikėtų vertinti taip, kaip aprašyta 1 priedo antroje dalyje.

Atsakymų lentelė

Varianto Nr.	Ra	Rbx	Rby
271	17,859 kN	-4,966 kN	-25,760 kN

Užduotys, skirtos savarankiškam darbui

Toliau yra pateikiami uždaviniai, skirti savarankiškai pasiruošti kontroliniam darbui. Uždavinių sprendimo algoritmas yra analogiškas, kaip ir anksčiau pateiktame pavyzdyje.

 TM darbas: Plokščioji jėgų sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 1 Uzduoties duomenys:
 l1= 8.0 alfa= 0.0 l2= 9.0 beta= 90.0 l3= 5.0 l4= 7.0 q1= 3.0 q2= 0.0
 F1= 12.0 gamma1= 45.0 F2= 3.0 gamma2=270.0 M1= 0.0 M2= 14.0 delta=-45.0
 Schemos mazgu itvirtinimai: A-paslankus lankstas delta kampu pasvirusia pl.
 C-nera itvirtinimo B-nepaslankus lankstas
 Rasti: Ra Rbx Rby . Informacija schemos braizymui: xB= 8.00 yB= 9.00

TM darbas: Plokscioji jegu sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 2 Uzduoties duomenys:
I1= 7.0 alfa=180.0 I2= 6.0 beta= 90.0 I3= 5.0 I4= 4.0 q1= 0.0 q2= 3.5
F1= 6.5 gamma1= 90.0 F2= 4.0 gamma2=210.0 M1= 0.0 M2= 6.0 delta= 60.0
Schemas mazgu itvirtinimai: A-nepaslankus lankstas
C-nera itvirtinimo B-paslankus lankstas delta kampu pasvirusia pl.
Rasti: Rax Ray Rb . Informacija schemos braizymui: xB= -7.00 yB= 6.00

TM darbas: Plokscioji jegu sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 3 Uzduoties duomenys:
I1= 5.0 alfa=180.0 I2= 7.0 beta= 90.0 I3= 3.0 I4= 5.0 q1= 3.0 q2= 0.0
F1= 8.0 gamma1= 75.0 F2= 12.0 gamma2= 90.0 M1= 12.0 M2= 0.0 delta=-45.0
Schemas mazgu itvirtinimai: A-paslankus lankstas delta kampu pasvirusia pl.
C-nera itvirtinimo B-nepaslankus lankstas
Rasti: Ra Rbx Rby . Informacija schemos braizymui: xB= -5.00 yB= 7.00

TM darbas: Plokscioji jegu sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 4 Uzduoties duomenys:
I1= 9.0 alfa= 0.0 I2= 8.0 beta= 90.0 I3= 2.0 I4= 6.0 q1= 0.0 q2= 1.5
F1= 6.0 gamma1= 90.0 F2= 10.0 gamma2=225.0 M1= 11.0 M2= 0.0 delta= 45.0
Schemas mazgu itvirtinimai: A-paslankus lankstas delta kampu pasvirusia pl.
C-nera itvirtinimo B-nepaslankus lankstas
Rasti: Ra Rbx Rby . Informacija schemos braizymui: xB= 9.00 yB= 8.00

TM darbas: Plokscioji jegu sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 5 Uzduoties duomenys:
I1= 9.0 alfa=180.0 I2= 6.0 beta= 90.0 I3= 4.0 I4= 5.0 q1= 3.0 q2= 0.0
F1= 7.0 gamma1= 30.0 F2= 10.0 gamma2=270.0 M1= 0.0 M2= 12.0 delta=-45.0
Schemas mazgu itvirtinimai: A-paslankus lankstas delta kampu pasvirusia pl.
C-nera itvirtinimo B-nepaslankus lankstas
Rasti: Ra Rbx Rby . Informacija schemos braizymui: xB= -9.00 yB= 6.00

TM darbas: Plokscioji jegu sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 6 Uzduoties duomenys:
I1= 10.0 alfa= 90.0 I2= 8.0 beta=180.0 I3= 5.0 I4= 3.0 q1= 2.5 q2= 0.0
F1= 10.0 gamma1= 60.0 F2= 11.0 gamma2= 90.0 M1= 0.0 M2= 9.0 delta=-45.0
Schemas mazgu itvirtinimai: A-nepaslankus lankstas
C-nera itvirtinimo B-paslankus lankstas delta kampu pasvirusia pl.
Rasti: Rax Ray Rb . Informacija schemos braizymui: xB= -8.00 yB= 10.00

TM darbas: Plokscioji jegu sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 7 Uzduoties duomenys:
I1= 7.0 alfa=180.0 I2= 9.0 beta= 90.0 I3= 6.0 I4= 5.0 q1= 2.5 q2= 0.0
F1= 12.5 gamma1=135.0 F2= 4.0 gamma2=225.0 M1= 15.0 M2= 0.0
Schemas mazgu itvirtinimai: A-standus itvirtinimas
C-nera itvirtinimo B-nera itvirtinimo
Rasti: Rax Ray Mra . Informacija schemos braizymui: xB= -7.00 yB= 9.00

TM darbas: Plokscioji jegu sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 8 Uzduoties duomenys:
I1= 6.0 alfa=180.0 I2= 9.0 beta=270.0 I3= 5.0 I4= 6.0 q1= 0.0 q2= 3.5
F1= 8.5 gamma1= 90.0 F2= 10.0 gamma2=240.0 M1= 10.0 M2= 0.0 delta= 60.0
Schemas mazgu itvirtinimai: A-nepaslankus lankstas
C-nera itvirtinimo B-paslankus lankstas delta kampu pasvirusia pl.
Rasti: Rax Ray Rb . Informacija schemos braizymui: xB= -6.00 yB= -9.00

TM darbas: Plokscioji jegu sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 9 Uzduoties duomenys:
I1= 9.0 alfa=180.0 I2= 7.0 beta=270.0 I3= 2.0 I4= 3.0 q1= 0.0 q2= 3.0
F1= 9.5 gamma1= 60.0 F2= 4.0 gamma2=225.0 M1= 0.0 M2= 9.0
Schemas mazgu itvirtinimai: A-standus itvirtinimas
C-nera itvirtinimo B-nera itvirtinimo
Rasti: Rax Ray Mra . Informacija schemos braizymui: xB= -9.00 yB= -7.00

TM darbas: Plokscioji jegu sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 10 Uzduoties duomenys:
I1= 7.0 alfa= 90.0 I2= 9.0 beta= 0.0 I3= 4.0 I4= 3.0 q1= 2.0 q2= 0.0
F1= 6.5 gamma1=105.0 F2= 9.0 gamma2=270.0 M1= 0.0 M2= 9.0 delta=-45.0
Schemas mazgu itvirtinimai: A-nepaslankus lankstas
C-nera itvirtinimo B-paslankus lankstas delta kampu pasvirusia pl.
Rasti: Rax Ray Rb . Informacija schemos braizymui: xB= 9.00 yB= 7.00

TM darbas: Plokščioji jėgų sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 11 Uzduoties duomenys:
l1= 5.0 alfa=180.0 l2= 9.0 beta=270.0 l3= 2.0 l4= 3.0 q1= 0.0 q2= 3.5
F1= 9.5 gamma1= 30.0 F2= 14.0 gamma2=225.0 M1= 0.0 M2= 10.0
Schemos mazgu itvirtinimai: A-standus itvirtinimas
C-nera itvirtinimo B-nera itvirtinimo
Rasti: Rax Ray Mra . Informacija schemos braizymui: xB= -5.00 yB= -9.00

TM darbas: Plokščioji jėgų sistema. STUD gr. Data:2007 09 26 Var.nr.: 12 Uzduoties duomenys:
l1= 9.0 alfa= 90.0 l2= 5.0 beta= 0.0 l3= 6.0 l4= 4.0 q1= 0.0 q2= 3.5
F1= 11.0 gamma1=150.0 F2= 8.0 gamma2=240.0 M1= 0.0 M2= 9.0
Schemos mazgu itvirtinimai: A-standus itvirtinimas
C-nera itvirtinimo B-nera itvirtinimo
Rasti: Rax Ray Mra . Informacija schemos braizymui: xB= 5.00 yB= 9.00

Atsakymai pagal variantus

var.nr.: 1 Q1= 15.000 Q2= 0.000 Ra -55.986 Rbx 51.074 Rby 63.074

var.nr.: 2 Q1= 0.000 Q2= 14.000 Rax 24.123 Ray -30.820 Rb 41.711

var.nr.: 3 Q1= 9.000 Q2= 0.000 Ra -8.656 Rbx -7.950 Rby -10.607

var.nr.: 4 Q1= 0.000 Q2= 9.000 Ra 5.146 Rbx 1.710 Rby -4.710

var.nr.: 5 Q1= 12.000 Q2= 0.000 Ra -13.187 Rbx 13.263 Rby -6.175

var.nr.: 6 Q1= 12.500 Q2= 0.000 Rax -15.685 Ray -0.525 Rb -7.743

var.nr.: 7 Q1= 15.000 Q2= 0.000 Rax 11.667 Ray -26.667 Mra 118.690

var.nr.: 8 Q1= 0.000 Q2= 21.000 Rax 9.649 Ray -1.946 Rb -3.107

var.nr.: 9 Q1= 0.000 Q2= 9.000 Rax 1.422 Ray -5.399 Mra -12.987

var.nr.: 10 Q1= 8.000 Q2= 0.000 Rax -16.836 Ray -13.239 Rb 3.616

var.nr.: 11 Q1= 0.000 Q2= 10.500 Rax -7.627 Ray 5.149 Mra -63.946

var.nr.: 12 Q1= 0.000 Q2= 14.000 Rax -9.500 Ray -2.454 Mra 60.287

Pastaba. Tikrinant atsakymus reikia turėti omenyje, kad ieškomos jėgos (arba momento) ženklas priklauso nuo pasirinktos krypties. Dėl šitos priežasties studento gautų jėgų (momentų) ženklai gali ir nesutapti su atsakymuose pateiktais: tai nėra klaida. Svarbu, kad sutaptų ieškomų jėgų (momentų) absoliutūs dydžiai.

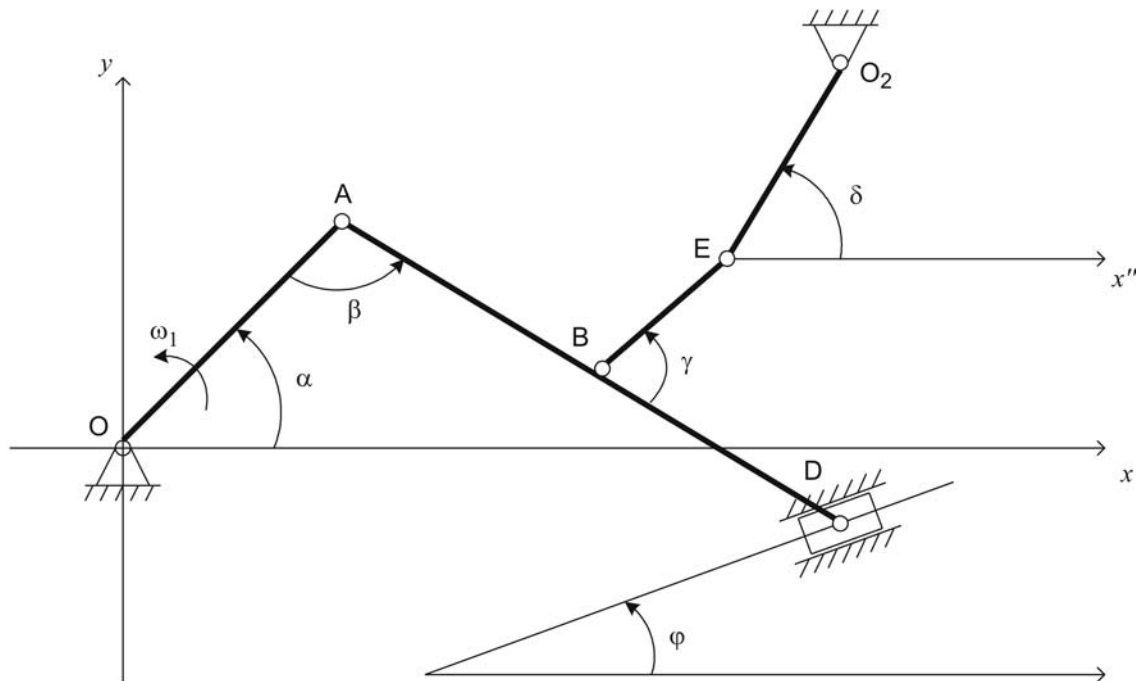
3 NAMŲ DARBAS

KINEMATIKA. PLOKŠČIOJO KETURIŲ GRANDŽIŲ MECHANIZMO KINEMATINĖ ANALIZĖ

Darbo uždutis – pagal savo varianto duomenis iš bendrosios schemos (1 pav.) sudaryti uždavinio skaičiuojamąją schemą ir apskaičiuoti taškų A, B, D, E greičius (V_A, V_B, V_D, V_E) ir pagreičius (a_A, a_B, a_D, a_E) bei grandžių AD, BE, EO₂ kampinius greičius ($\omega_2, \omega_3, \omega_4$) ir kampinius pagreičius ($\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$). Gautus greičius ir pagreičius pavaizduoti skaičiuojamosiose schemose (atskirai). Skaičiavimų tikslumas – ne mažiau nei trys reikšminiai skaitmenys (žr. 1 priedą). Sprendimo rezultatus pateikti lentelėje.

Pastabos:

- mechanizmo matmenys pateikti metrais, kampai – laipsniais, kampinis greitis – rad/s,
- taškas B yra mechanizmo grandies AD viduryje, t. y. $AB = BD$,
- grandies OA kampinis pagreitis $\varepsilon_1 = 0,0$.

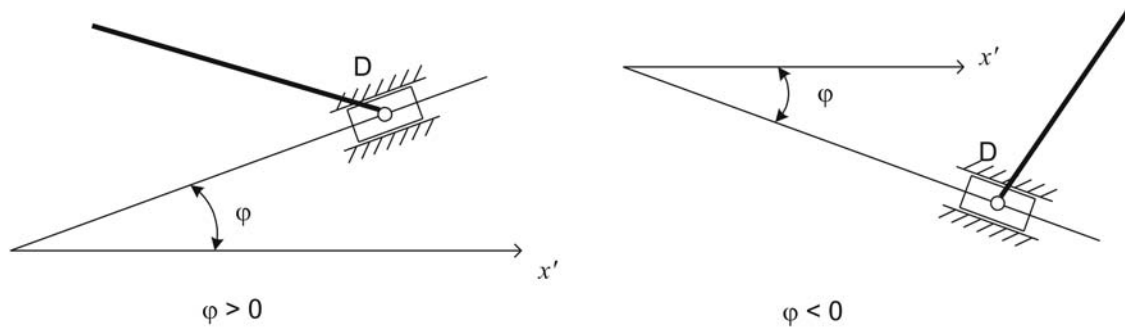


1 pav. Bendroji keturių grandžių mechanizmo schema

Uždavinio schemos sudarymas

Uždavinio schema sudaroma iš bendrosios schemos (1 pav.) laikantis toliau išdėstytų taisyklių:

- Visi pateikti kampai turi būti atidėti tiksliai.
- Visi pateikti ilgiai turi būti atidėti proporcingai, t. y. pagal pasirinktą mastelį.
- Kampai α ir δ atidedami nuo horizontalios abscisių ašies priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampas β atidedamas nuo mechanizmo grandies OA priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampas γ atidedamas nuo mechanizmo grandies BD priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampinio greičio ω_1 kryptis yra tokia, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.), jeigu duomenyse pateikta teigiama kampinio greičio reikšmė. Jeigu pateikta neigiama reikšmė – kampinio greičio ω_1 kryptis skaičiuojamojoje schemoje turi būti pakeista į priešingą negu bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Taškuose O ir O₂ yra nepaslankūs lankstai.
- Taškuose A, B, E yra lankstiniai kūnų sujungimai.
- Taške D yra stūmoklis, judantis pasvirusia φ kampu plokštuma (2 pav.).



2 pav. Galimi įtvirtinimai taške D

Uždavinio schemos sudarymo algoritmas

- Pasirinkti tinkamą mastelį. Pvz., 1:10 (vienas centimetras atitinka dešimt centimetrų) arba 1:5 (vienas centimetras atitinka penkis centimetrus) ir pan. Jeigu pasirinktas mastelis yra per didelis, t. y. brėžinys netelpa į lapą, mastelis turi būti sumažintas. Jeigu brėžinys yra per mažas ir dėlto neaiškus, mastelis turi būti padidintas. Rekomenduojamas mastelis 1:10.
- Atidėti kampą α nuo absčių ašies ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti mechanizmo grandį OA.
- Nustatyti kampinio greičio ω_1 kryptį ir atidėti kampinį greitį ω_1 bet kurioje kūno OA vietoje.
- Atidėti kampą β nuo mechanizmo grandies OA ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti mechanizmo grandį AD.
- Įvertinus kampo φ reikšmę, nubraižyti stūmoklį taške D.
- Grandies AD viduryje atidėti tašką B.
- Atidėti kampą γ nuo mechanizmo grandies BD ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti mechanizmo grandį BE.
- Taške E atidėti kampą δ nuo absčių ašies ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti mechanizmo grandį EO₂.

Uždavinio schemos sudarymo patikrinimas

Kiekviename užduoties variante yra nurodomos taškų D, E ir O₂ koordinatės Dekarto koordinačių sistemoje su sąlyga, kad taško O koordinatės yra (0,0; 0,0). Pasinaudojant šita informacija galima patikrinti, ar teisingai buvo nubraižytos mechanizmo grandys.

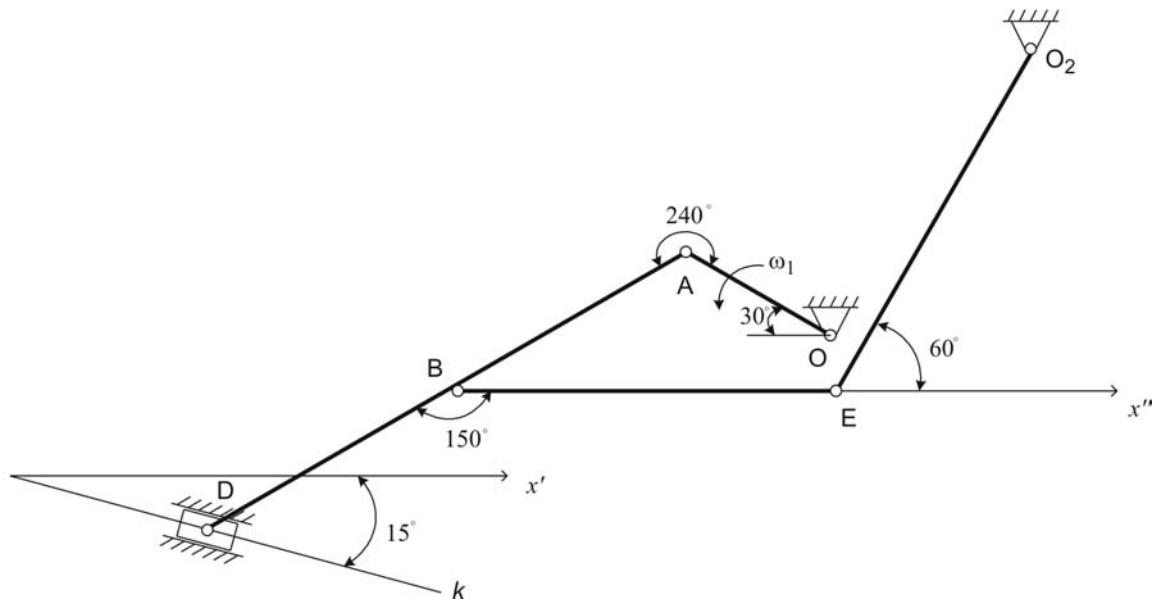
Užduoties sprendimo pavyzdys

Užduoties duomenys:

VAR	EO2	OA	AL	BT	GM	FI	DL	AD	EB	W1	XD	YD	XE	YE	XO2	YO2
281	0.70	0.30	150.	240.	150.	-15.	60.	1.00	0.70	8.00	-1.13	-0.35	0.01	-0.10	0.36	0.51

Rasti: $V_A, V_B, V_D, V_E, \omega_2, \omega_3, \omega_4, a_A, a_B, a_D, a_E, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$.

Pagal užduoties duomenis sudarome užduoties schemą (3 pav.):



3 pav. Užduoties schema

Greičių skaičiavimas

Taško A greičio nustatymas

Taškas A juda pagal apskritimą taško O atžvilgiu. Todėl galime užrašyti:

$$V_A = \omega_1 \cdot OA = 8,0 \cdot 0,30 = 2,40 \text{ m/s.} \quad (1)$$

$\vec{V}_A \perp (OA)$, \vec{V}_A kryptis – pagal ω_1 kryptį žiūrint iš taško O į tašką A (7 pav.).

Taško D greičio nustatymas

Kadangi mechanizmo grandies AD judėjimas yra plokščias, tai pasirinkę poliumi tašką A, galime užrašyti, kad:

$$\vec{V}_D = \vec{V}_A + \vec{V}_{DA}, \quad (2)$$

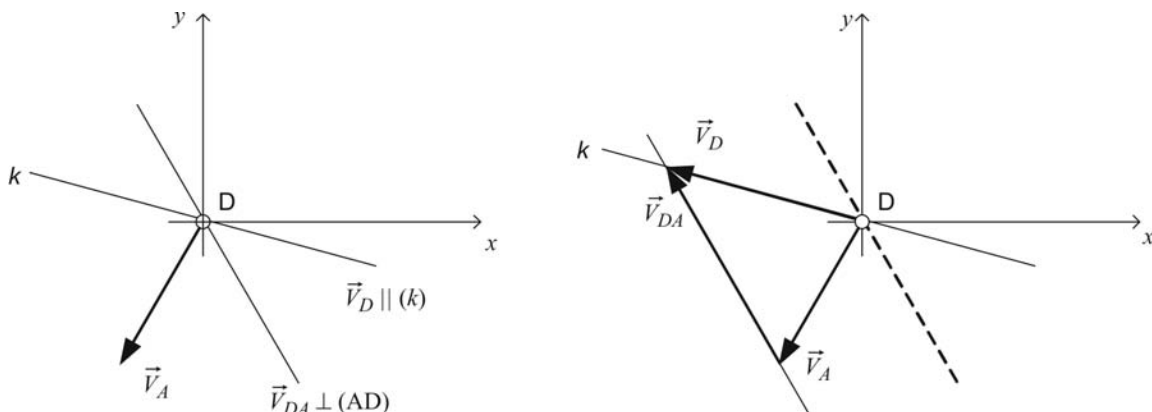
čia $\vec{V}_{DA} \perp (AD)$, o \vec{V}_D gali judėti tik kryptimi, sutampančia su tiese k (3 pav.)

Sudarykime greičių planą taške D.

Pastaba. Sudarant greičių planus, žinomus greičius reikia atidėti pagal pasirinktą mastelį, pavyzdžiui: 1 cm = 1 m/s. Taip atsiras galimybė apytiksliai išmatuoti (su liniuote) nežinomų greičių dydžius ir kartu patikrinti sprendimą.

Šiame pavyzdyje naudojamas mastelis: 1 cm = 1 m/s.

Greičių planas taške D pavaizduotas 4 pav.



4 pav. Taško D greičių planas

Sudarius greičių planą tiksliai nustatyti vektorių \vec{V}_D ir \vec{V}_{DA} kryptis: tai leidžia suprojektuoti lygtį (2) į koordinačių ašis (4 pav.):

$$\begin{cases} -V_D \cdot \cos 15^\circ = -V_A \cdot \cos 60^\circ - V_{DA} \cdot \cos 60^\circ \\ V_D \cdot \sin 15^\circ = -V_A \cdot \sin 60^\circ + V_{DA} \cdot \sin 60^\circ \end{cases}$$

Įstatę žinomas reikšmes, turėsime:

$$\begin{cases} -V_D \cdot 0,9659 = -2,40 \cdot 0,50 - V_{DA} \cdot 0,50 \\ V_D \cdot 0,2588 = -2,40 \cdot 0,8660 + V_{DA} \cdot 0,8660 \end{cases}$$

Išsprendę lygčių sistemą, gauname, kad $V_D = 2,94$ m/s, $V_{DA} = 3,28$ m/s.

Mechanizmo grandies AD kampinio greičio ω_2 nustatymas:

$$\omega_2 = \frac{V_{DA}}{AD} = \frac{3,28}{1,0} = 3,28 \text{ rad/s.} \quad (3)$$

Kampinio greičio ω_2 kryptis nustatoma pagal vektorių \vec{V}_{DA} kryptį poliaus A atžvilgiu (7 pav.).

Taško B greičio nustatymas

Nustatant taško B greitį poliumi galima pasirinkti ir tašką A, ir tašką D, nes abiejų šitų taškų greičiai jau yra žinomi. Pasirinkime poliumi tašką A, tuomet galime užrašyti, kad

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}, \quad (4)$$

čia $\vec{V}_{BA} \perp (AD)$, o \vec{V}_A jau žinomas taško A greitis.

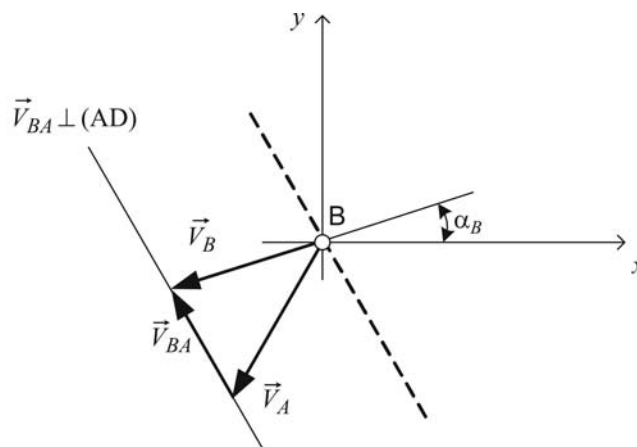
$$V_{BA} = \omega_2 \cdot AB = \omega_2 \cdot \frac{AD}{2} = 3,280 \cdot \frac{1,0}{2} = 1,640 \text{ m/s.} \quad (5)$$

Greičio \vec{V}_{BA} kryptis (7 pav.) nustatoma pagal kampinio greičio ω_2 kryptį poliaus A atžvilgiu.

Greičių planas taške B pavaizduotas 5 pav.

Projektuojame lygtį (4) į koordinačių ašis (5 pav.). Reikia atkreipti dėmesį į tai, kad šiuo atveju kampas tarp vektorių \vec{V}_B ir absčių ašies yra nežinomas. Brėžinyje šis kampas pažymėtas α_B (5 pav.).

$$\begin{cases} -V_{BX} = -V_A \cdot \cos 60^\circ - V_{BA} \cdot \cos 60^\circ \\ -V_{BY} = -V_A \cdot \sin 60^\circ + V_{BA} \cdot \sin 60^\circ \end{cases}$$



5 pav. Taško B greičių planas

Įstatę žinomas reikšmes, turėsime:

$$\begin{cases} -V_{BX} = -2,40 \cdot 0,50 - 1,640 \cdot 0,50 \\ -V_{BY} = -2,40 \cdot 0,8660 + 1,640 \cdot 0,8660 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{BX} = 2,02 \\ V_{BY} = 0,658 \end{cases}$$

$$V_B = \sqrt{(V_{BX})^2 + (V_{BY})^2} = \sqrt{2,02^2 + 0,658^2} = \sqrt{4,080 + 0,4330} = 2,12 \text{ m/s.} \quad (6)$$

Apskaičiuokime kampą, kurį sudaro vektorius \vec{V}_B su abscisių ašimi:

$$\cos \alpha_B = \frac{V_{BX}}{V_B} = \frac{2,02}{2,12} = 0,9528 \quad (7)$$

$$\alpha_B = \arccos(0,9528) = 17,67^\circ. \quad (8)$$

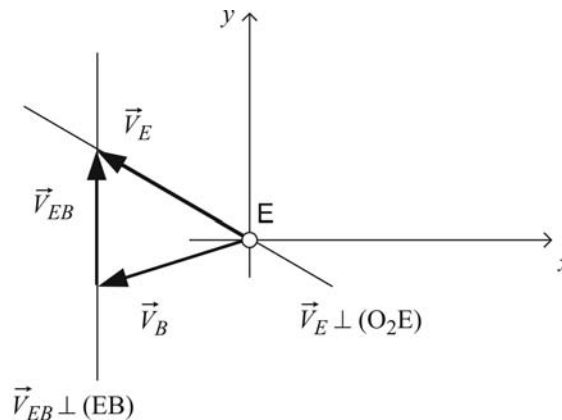
Taško E greičio nustatymas

Kadangi mechanizmo grandies BE judėjimas yra plokščias, tai pasirinkę poliumi tašką B, kurio greitis jau yra žinomas, galime užrašyti, kad:

$$\vec{V}_E = \vec{V}_B + \vec{V}_{EB}, \quad (9)$$

čia $\vec{V}_{EB} \perp (EB)$, $\vec{V}_E \perp (O_2E)$.

Greičių planas taške E pavaizduotas 6 pav.



6 pav. Taško E greičių planas

Projektuojame lygtį (9) į koordinačių ašis (6 pav.).

$$\begin{cases} -V_E \cdot \cos 30^\circ = -V_{BX} \\ V_E \cdot \sin 30^\circ = -V_{BY} + V_{EB} \end{cases}$$

Įstatę žinomas reikšmes, turėsime:

$$\begin{cases} -V_E \cdot 0,8660 = -2,02 \\ V_E \cdot 0,50 = -0,6580 + V_{EB} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_E = 2,33 \\ V_{EB} = V_E \cdot 0,50 + 0,6580 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_E = 2,33 \\ V_{EB} = 1,823 \end{cases}$$

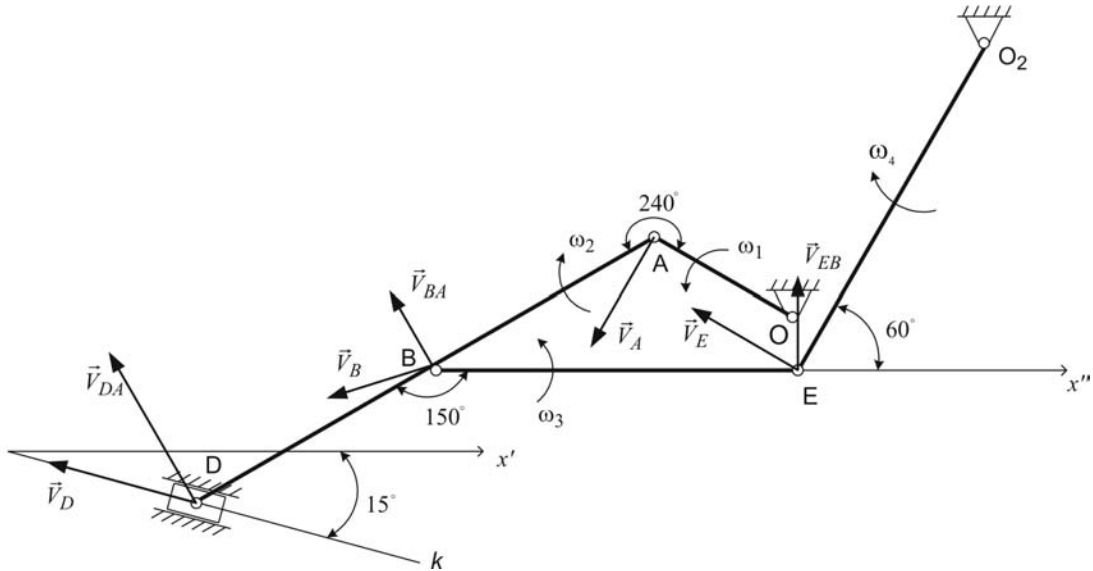
Mechanizmo grandies BE kampinio greičio ω_3 nustatymas

$$\omega_3 = \frac{V_{EB}}{EB} = \frac{1,823}{0,70} = 2,60 \text{ rad/s} \quad (10)$$

Kampinio greičio ω_3 kryptis nustatoma pagal vektoriaus \vec{V}_{EB} kryptį poliaus B atžvilgiu (7 pav.).
Mechanizmo grandies O_2E kampinio greičio ω_4 nustatymas

$$\omega_4 = \frac{V_E}{O_2E} = \frac{2,33}{0,70} = 3,33 \text{ rad/s} \quad (11)$$

Kampinio greičio ω_4 kryptis nustatoma pagal vektoriaus \vec{V}_E kryptį taško O_2 atžvilgiu (7 pav.).
 Mechanizmo greičiai pavaizduoti 7 pav.



7 pav. Mechanizmo greičiai

Pagreičių skaičiavimas

Taško A pagreičio nustatymas

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau, \quad (12)$$

čia \vec{a}_A^n yra normalinis taško A pagreitis, o \vec{a}_A^τ – tangentinis taško A pagreitis:

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot OA = 8,0^2 \cdot 0,30 = 19,20 \text{ m/s}^2, \quad (13)$$

$$a_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot OA = 0,0, \text{ nes pagal sąlygą } \varepsilon_1 = 0,0. \quad (14)$$

Taigi gauname, kad $a_A = a_A^n = 19,20 \text{ m/s}^2$.

$\vec{a}_A^n \parallel (OA)$ ir nukreiptas iš taško A į tašką O (11 pav.).

Taško D pagreičio nustatymas

Kadangi mechanizmo grandies AD judėjimas yra plokščias, tai pasirinkus poliumi tašką A, galima užrašyti, kad:

$$\vec{a}_D = \vec{a}_A + \vec{a}_{DA}, \quad (15)$$

$$\vec{a}_{DA} = \vec{a}_{DA}^n + \vec{a}_{DA}^\tau. \quad (16)$$

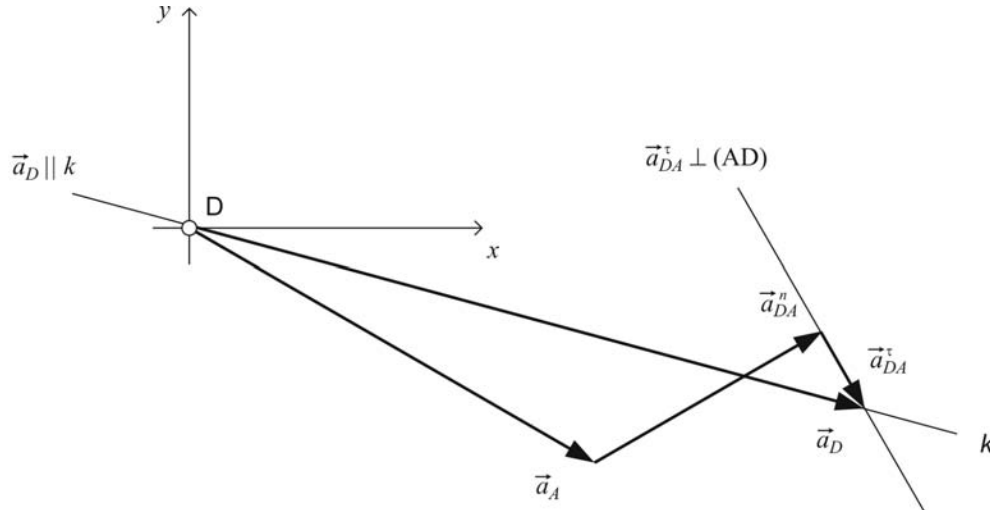
Istatę (16) į (15), gauname, kad

$$\vec{a}_D = \vec{a}_A + \vec{a}_{DA}^n + \vec{a}_{DA}^\tau, \quad (17)$$

$$a_{DA}^n = \omega_2^2 \cdot AD = 3,28^2 \cdot 1,0 = 10,76 \text{ m/s}^2, \quad (18)$$

$\vec{a}_{DA}^\tau \perp (AD)$, o \vec{a}_D sutampa su tiese k (8 pav.).

Pagreičių planas taške D pavaizduotas 8 pav.



8 pav. Taško D pagreičių planas

Sudarę taško D pagreičių planą, tiksliai žinome lygties (17) vektorių krytis ir galime suprojektuoti šią lygtį į koordinatinių ašis:

$$\begin{cases} a_D \cdot \cos 15^\circ = a_A \cdot \cos 30^\circ + a_{DA}^n \cdot \cos 30^\circ + a_{DA}^t \cdot \cos 60^\circ \\ -a_D \cdot \sin 15^\circ = -a_A \cdot \sin 30^\circ + a_{DA}^n \cdot \sin 30^\circ - a_{DA}^t \cdot \sin 60^\circ. \end{cases}$$

Įstatę žinomas reikšmes, turėsime:

$$\begin{cases} a_D \cdot 0,9659 = 19,20 \cdot 0,8660 + 10,76 \cdot 0,8660 + a_{DA}^t \cdot 0,50 \\ -a_D \cdot 0,2588 = -19,20 \cdot 0,50 + 10,76 \cdot 0,50 - a_{DA}^t \cdot 0,8660. \end{cases}$$

Išsprendę lygčių sistemą, gauname, kad

$$a_D = 28,8 \text{ m/s}^2 \text{ ir } a_{DA}^t = 3,73 \text{ m/s}^2.$$

Mechanizmo grandies AD kampinio pagreičio ε_2 nustatymas

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{DA}^t}{AD} = \frac{3,730}{1,0} = 3,73 \text{ rad/s}^2. \quad (19)$$

Kampinio pagreičio ω_2 krytis nustatoma pagal tangentinio pagreičio a_{DA}^t kryptį poliaus A atžvilgiu (11 pav.).

Taško B pagreičio nustatymas

Nustatant taško B pagreitį poliumi galima pasirinkti ir tašką A, ir tašką D, nes abiejų šitų taškų pagreičiai jau yra žinomi. Pasirinkus poliumi tašką A, galima užrašyti, kad

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}, \quad (20)$$

$$\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t. \quad (21)$$

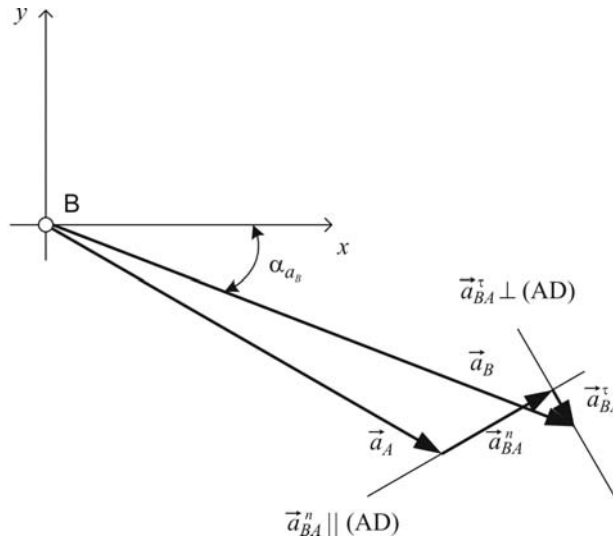
Įstatę (21) į (20), gauname, kad

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t, \quad (22)$$

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot AB = \omega_2^2 \cdot \frac{AD}{2} = 3,28^2 \cdot 0,50 = 5,38 \text{ m/s}^2, \quad (23)$$

$$a_{BA}^t = \varepsilon_2 \cdot AB = \varepsilon_2 \cdot \frac{AD}{2} = 3,730 \cdot 0,50 = 1,865 \text{ m/s}^2. \quad (24)$$

Pagreičių planas taške B pavaizduotas 9 pav.



9 pav. Taško B pagreičių planas

Sudarę taško B pagreičių planą, tiksliai žinome lygties (22) vektorių krytis ir galime suprojektuoti šią lygtį į koordinatinių ašis.

$$\begin{cases} a_{BX} = a_A \cdot \cos 30^\circ + a_{BA}^n \cdot \cos 30^\circ + a_{BA}^\tau \cdot \cos 60^\circ \\ -a_{BY} = -a_A \cdot \sin 30^\circ + a_{BA}^n \cdot \sin 30^\circ - a_{BA}^\tau \cdot \sin 60^\circ \end{cases}$$

Įstatę žinomas reikšmes, turėsime:

$$\begin{cases} a_{BX} = 19,20 \cdot 0,8660 + 5,380 \cdot 0,8660 + 1,8650 \cdot 0,50 \\ -a_{BY} = -19,20 \cdot 0,50 + 5,380 \cdot 0,50 - 1,8650 \cdot 0,8660 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{BX} = 22,2 \\ a_{BY} = 8,53 \end{cases}$$

$$a_B = \sqrt{a_{BX}^2 + a_{BY}^2} = \sqrt{22,20^2 + 8,530^2} = 23,80 \text{ m/s}^2. \quad (25)$$

Apskaičiuokime kampą α_{a_B} , kurį sudaro vektorius \vec{a}_B ir abscisių ašis:

$$\alpha_{a_B} = \arccos\left(\frac{a_{BX}}{a_B}\right) = \arccos\left(\frac{22,20}{23,80}\right) = 21,1^\circ. \quad (26)$$

Taško E pagreičio nustatymas

Taškas E sujungia mechanizmo grandį BE su grandimi EO₂. Mechanizmo grandies BE judėjimas yra plokščias, dėlto pasirinkę poliumi tašką B, galime užrašyti:

$$\vec{a}_E = \vec{a}_B + \vec{a}_{EB}, \quad (27)$$

$$\vec{a}_{EB} = \vec{a}_{EB}^n + \vec{a}_{EB}^\tau. \quad (28)$$

Įstatę (28) į (27), turėsime

$$\vec{a}_E = \vec{a}_B + \vec{a}_{EB}^n + \vec{a}_{EB}^\tau, \quad (29)$$

čia normalinis pagreitis \vec{a}_{EB}^n nukreiptas iš taško E į tašką B. Tangentinis pagreitis \vec{a}_{EB}^τ yra statmenas atkarpai EB, $\vec{a}_{EB}^\tau \perp (EB)$:

$$\vec{a}_{EB}^n = \omega_3^2 \cdot (EB) = 2,60^2 \cdot 0,70 = 4,73 \text{ m/s}^2. \quad (30)$$

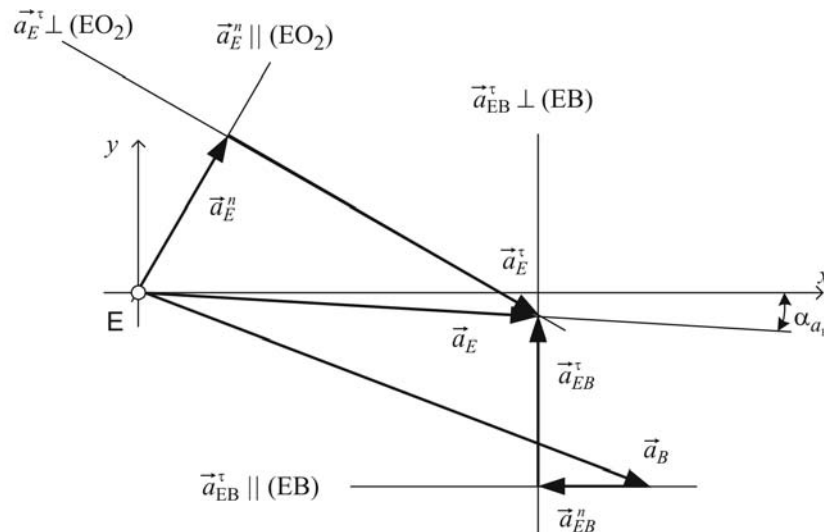
Taško E judėjimas gali būti nagrinėjamas taip pat, kaip judėjimas pagal apskritimą, kurio centras taške O_2 . Todėl galima užrašyti:

$$\vec{a}_E = \vec{a}_E^n + \vec{a}_E^t, \quad (31)$$

čia normalinis pagreitis \vec{a}_E^n nukreiptas iš taško E į tašką O_2 . Tangentinis pagreitis \vec{a}_E^t yra statmenas atkarpai EO_2 , $\vec{a}_E^t \perp (EO_2)$:

$$\vec{a}_E^n = \omega_4^2 \cdot (EO_2) = 3,330^2 \cdot 0,70 = 7,76 \text{ m/s}^2. \quad (32)$$

Pagreičių planas taške E pavaizduotas 10 pav.



10 pav. Taško E pagreičių planas

Sudarę taško E pagreičių planą, tiksliai žinome lygčių (29) ir (31) vektorių krytis ir galime suprojektuoti šias lygtis į koordinatinių ašis:

$$\begin{cases} a_{EX} = a_{BX} - a_{EB}^n \\ -a_{EY} = -a_{BY} + a_{EB}^t \\ a_{EX} = a_E^n \cdot \cos 60^\circ + a_E^t \cdot \cos 30^\circ \\ -a_{EY} = a_E^n \cdot \sin 60^\circ - a_E^t \cdot \sin 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{EX} = 22,20 - 4,730 \\ -a_{EY} = -8,530 + a_{EB}^t \\ a_{EX} = 7,760 \cdot 0,50 + a_E^t \cdot 0,8660 \\ -a_{EY} = 7,760 \cdot 0,8660 - a_E^t \cdot 0,50 \end{cases}$$

Išsprendę lygčių sistemą, gauname:

$$a_{EX} = 17,47 \text{ m/s}^2, \quad a_{EY} = 1,125 \text{ m/s}^2, \quad a_{EB}^t = 7,41 \text{ m/s}^2, \quad a_E^t = 15,69 \text{ m/s}^2;$$

$$a_E = \sqrt{a_{EX}^2 + a_{EY}^2} = \sqrt{17,470^2 + 1,1250^2} = 17,51 \text{ m/s}^2. \quad (33)$$

Apskaičiuokime kampą α_{a_E} , kurį sudaro vektorius \vec{a}_E ir abscisių ašis:

$$\alpha_{a_E} = \arccos\left(\frac{a_{EX}}{a_E}\right) = \arccos\left(\frac{17,470}{17,510}\right) = 3,87^\circ. \quad (34)$$

Mechanizmo grandies EB kampinio pagreičio ω_3 nustatymas

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{EB}^t}{EB} = \frac{7,410}{0,70} = 10,59 \text{ rad/s}^2. \quad (35)$$

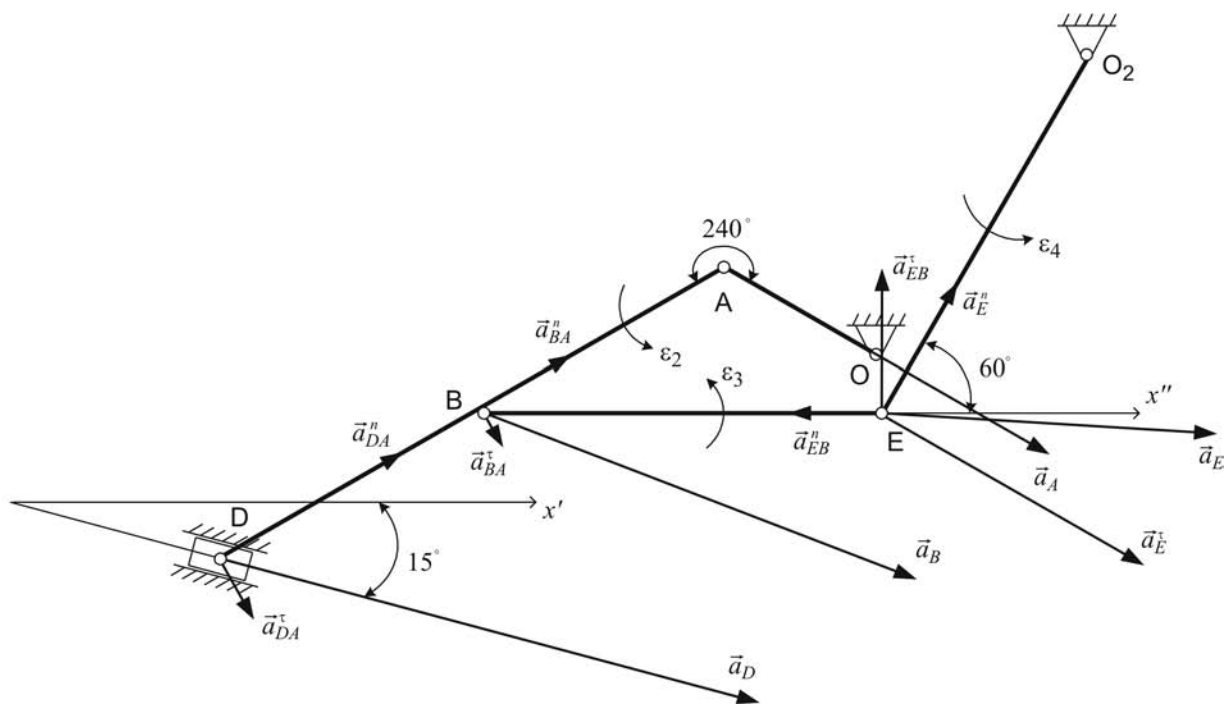
Kampinio pagreičio ω_3 kryptis nustatoma pagal tangentinio pagreičio \vec{a}_{EB}^{τ} kryptį poliaus B atžvilgiu (11 pav.).

Mechanizmo grandies EO_2 kampinio pagreičio ω_4 nustatymas

$$\varepsilon_4 = \frac{a_E^{\tau}}{EO_2} = \frac{15,690}{0,70} = 22,4 \text{ rad/s}^2. \quad (36)$$

Kampinio pagreičio ω_4 kryptis nustatoma pagal tangentinio pagreičio \vec{a}_E^{τ} kryptį taško O_2 atžvilgiu (11 pav.).

Mechanizmo pagreičiai pavaizduoti 11 pav.



11 pav. Mechanizmo pagreičiai

Atsakymų lentelės:

Greičiai

Varianto Nr.	V_A , m/s	V_B , m/s	V_D , m/s	V_E , m/s	ω_2 , rad/s	ω_3 , rad/s	ω_4 , rad/s
281	2,40	2,12	2,94	2,33	3,28	2,60	3,33

Pagreičiai

Varianto Nr.	a_A , m/s ²	a_B , m/s ²	a_D , m/s ²	a_E , m/s ²	ε_2 , rad/s ²	ε_3 , rad/s ²	ε_4 , rad/s ²
281	19,20	23,80	28,8	17,51	3,73	10,59	22,4

Užduotys, skirtos savarankiškam darbui

Toliau yra pateikiami uždaviniai, skirti savarankiškam darbui. Uždavinių sprendimo algoritmas yra analogiškas, kaip ir anksčiau pateiktame pavyzdyje.

VAR	EO2	OA	AL	BT	GM	FI	DL	AD	EB	WI	XD	YD	XE	YE	XO2	YO2
282	0.60	0.30	90.	90.	-210.	45.	300.	1.10	0.50	8.00	1.10	0.30	0.12	0.55	0.42	0.03
283	0.50	0.20	330.	210.	-60.	-60.	-150.	0.50	1.10	-2.00	0.67	-0.10	0.97	-1.05	0.54	-1.30
284	0.50	0.35	120.	60.	150.	-60.	120.	0.80	1.10	2.00	0.63	0.30	-0.73	0.85	-0.98	1.29
285	0.40	0.30	210.	240.	300.	30.	300.	1.30	1.30	2.00	-0.26	-1.45	-1.39	-1.45	-1.19	-1.80
286	0.65	0.40	90.	120.	90.	0.	-150.	1.00	0.50	6.00	0.87	0.90	0.18	1.08	-0.38	0.76
287	0.80	0.45	30.	270.	330.	-30.	-150.	1.20	1.30	6.00	-0.21	1.26	0.09	2.04	-0.60	1.64
288	0.75	0.35	120.	240.	-300.	60.	180.	0.80	0.50	-2.00	-0.97	0.30	-0.82	-0.13	-1.57	-0.13
289	0.65	0.40	270.	330.	-240.	15.	300.	0.90	0.60	2.00	0.45	0.38	-0.37	-0.01	-0.05	-0.57
290	0.70	0.10	180.	60.	-240.	30.	240.	0.30	1.10	-2.00	0.05	0.26	-1.12	0.13	-1.48	-0.48
291	0.65	0.10	30.	30.	-60.	15.	-90.	0.50	0.80	8.00	-0.16	-0.38	-0.84	-0.17	-0.84	-0.82
292	0.55	0.15	90.	30.	-300.	-45.	60.	0.60	1.20	-2.00	0.30	-0.37	1.35	-0.11	1.63	0.37
293	0.55	0.25	180.	300.	240.	0.	-90.	1.00	0.90	10.00	0.25	-0.87	-0.90	-0.43	-0.90	-0.98

Atsakymai pagal variantus

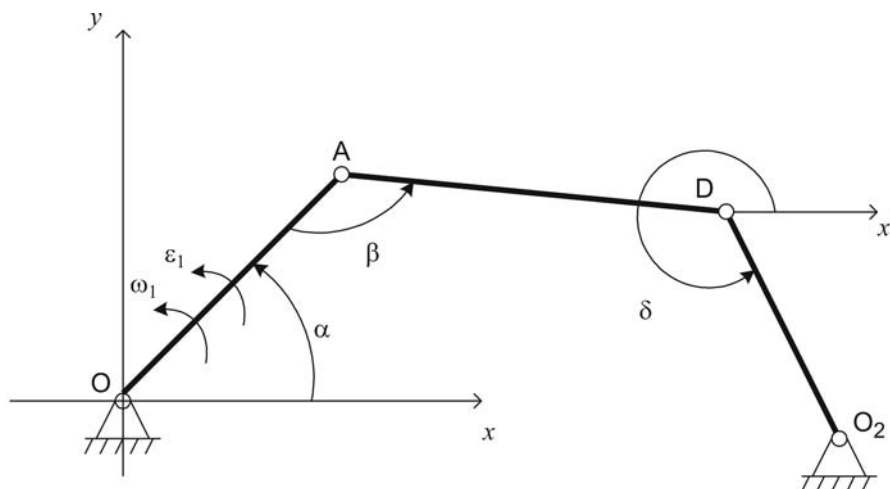
VAR	VA	VB	VD	VE	W2	W3	W4	AA	AB	AD	AE	E2	E3	E4
282	2.40	2.68	3.39	2.96	2.18	0.64	4.93	19.20	12.50	7.41	22.50	12.69	20.48	28.57
283	0.40	0.20	0.40	0.10	1.39	0.16	0.20	0.80	2.01	3.31	2.03	4.93	0.16	4.05
284	0.70	0.70	1.21	1.40	1.75	1.10	2.80	1.40	1.05	3.50	8.59	5.30	7.32	15.29
285	0.60	0.60	1.04	0.52	0.92	0.23	1.30	1.20	2.31	3.42	2.47	1.48	0.52	5.94
286	2.40	2.40	2.40	1.20	0.00	4.16	1.85	14.40	8.31	8.31	12.99	16.63	9.97	19.69
287	2.70	2.81	3.12	2.25	1.30	0.69	2.81	16.20	7.58	2.34	6.77	14.47	1.33	3.02
288	0.70	0.93	1.21	1.05	0.88	1.40	1.40	1.40	1.14	2.63	3.42	4.36	6.85	4.12
289	0.80	0.68	0.57	0.78	0.33	0.53	1.20	1.60	1.36	1.82	1.15	2.32	2.51	1.03
290	0.20	0.17	0.20	0.10	0.67	0.18	0.14	0.40	0.23	0.08	0.32	1.03	0.17	0.46
291	0.80	0.43	0.57	0.07	2.19	0.52	0.11	6.40	5.39	4.46	4.71	0.09	2.71	7.24
292	0.30	0.21	0.16	0.24	0.37	0.05	0.43	0.60	0.49	0.45	0.16	0.70	0.41	0.22
293	2.50	2.50	4.33	2.17	5.00	1.39	3.94	25.00	0.00	25.00	8.70	43.30	9.47	3.16

2 KONTROLINIS DARBAS
**KINEMATIKA. PLOKŠČIOJO TRIJŲ GRANDŽIŲ
 MECHANIZMO KINEMATINĖ ANALIZĖ**

Darbo uždutis – pagal savo varianto duomenis iš bendrosios schemos (1 pav.) sudaryti uždavinio skaičiuojamąją schemą ir apskaičiuoti taškų A, D greičius (V_A, V_D) ir pagreičius (a_A, a_D) bei grandžių AD, DO_2 kampinius greičius (ω_2, ω_3) ir kampinius pagreičius ($\varepsilon_2, \varepsilon_3$). Gautus greičius ir pagreičius pavaizduoti skaičiuojamosiose schemose (atskirai). Skaičiavimų tikslumas – ne mažiau kaip trys reikšminiai skaitmenys (žr. 1 priedą). Sprendimo rezultatus pateikti lentelėje.

Pastabos:

- mechanizmo matmenys pateikti metrais, kampai – laipsniais, kampinis greitis – rad/s, kampinis pagreitis – rad/s²;
- taško O koordinatės Dekarto koordinatinių sistemoje yra (0,0; 0,0).



1 pav. Bendroji trijų grandžių mechanizmo schema

Uždavinio schemos sudarymas

Uždavinio schema sudaroma iš bendrosios schemos (1 pav.) laikantis toliau išdėstytų taisyklių:

- Visi pateikti kampai turi būti atidėti tiksliai.
- Visi pateikti ilgiai turi būti atidėti proporcingai, t. y. pagal pasirinktą mastelį.
- Kampai α ir δ atidedami nuo horizontaliosios absčių ašies priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampas β atidedamas nuo mechanizmo grandies OA priešinga laikrodžio rodyklės judėjimui kryptimi, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampinio greičio ω_1 kryptis yra tokia, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.), jeigu duomenyse pateikta teigiama kampinio greičio reikšmė. Jeigu pateikta neigiama reikšmė – kampinio greičio ω_1 kryptis skaičiuojamojoje schemoje turi būti pakeista į priešingą negu bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Kampinio pagreičio ε_1 kryptis yra tokia, kaip parodyta bendrojoje schemoje (1 pav.), jeigu duomenyse pateikta teigiama kampinio pagreičio reikšmė. Jeigu pateikta neigiama reikšmė – kampinio pagreičio ε_1 kryptis skaičiuojamojoje schemoje turi būti pakeista į priešingą negu bendrojoje schemoje (1 pav.).
- Taškuose O ir O_2 yra nepaslankūs lankstai.
- Taškuose A ir D yra lankstiniai kūnų sujungimai.

Uždavinio schemos sudarymo algoritmas

- Pasirinkti tinkamą mastelį. Pvz., 1:10 (vienas centimetras atitinka dešimt centimetrų) arba 1:5 (vienas centimetras atitinka penkis centimetrus) ir pan. Jeigu pasirinktas mastelis yra per didelis, t. y. brėžinys netelpa į lapą, mastelis turi būti sumažintas. Jeigu brėžinys yra per mažas ir dėlto neaiškus, mastelis turi būti padidintas. Rekomenduojamas mastelis 1:10.
- Taške O atidėti kampą α nuo absčių ašies ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti mechanizmo grandį OA.

- Nustatyti kampinio greičio ω_1 kryptį ir atidėti kampinį greitį ω_1 bet kurioje kūno OA vietoje.
- Nustatyti kampinio pagreičio ε_1 kryptį ir atidėti kampinį pagreitį ε_1 bet kurioje kūno OA vietoje.
- Atidėti kampą β nuo mechanizmo grandies OA ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti mechanizmo grandį AD.
- Taške D atidėti kampą δ nuo absčių ašies ir pagal pasirinktą mastelį nubrėžti mechanizmo grandį DO₂.

Uždavinio schemos sudarymo patikrinimas. Kiekviename užduoties variante yra nurodomos taško O₂ koordinatės Dekarto koordinatinių sistemoje su sąlyga, kad taško O koordinatės yra (0,0; 0,0). Pasinaudojant šita informacija galima patikrinti, ar teisingai buvo nubraižytos mechanizmo grandys.

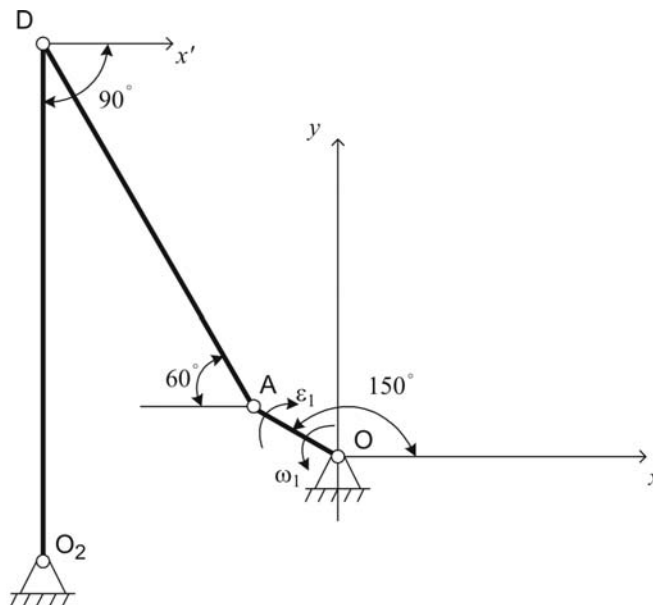
Užduoties sprendimo pavyzdys

Užduoties duomenys:

VAR	DO2	OA	AL	BT	DL	AD	XD	YD	W1	E1	XO2	YO2
17	0.80	0.15	150.	150.	-90.	0.65	-0.455	0.638	8.0	-2.0	-0.455	-0.162

Rasti: $V_A, V_D, \omega_2, \omega_3, a_A, a_D, \varepsilon_2, \varepsilon_3$.

Pagal užduoties duomenis sudarome užduoties schemą (2 pav.):



2 pav. Užduoties schema

Greičių skaičiavimas

Taško A greičio nustatymas

Taškas A juda pagal apskritimą taško O atžvilgiu. Todėl galime užrašyti:

$$V_A = \omega_1 \cdot OA = 8,0 \cdot 0,150 = 1,20 \text{ m/s.} \quad (1)$$

$\vec{V}_A \perp (OA)$, \vec{V}_A kryptis – pagal ω_1 kryptį žiūrint iš taško O į tašką A (4 pav.).

Taško D greičio nustatymas

Kadangi mechanizmo grandies AD judėjimas yra plokščias, tai pasirinkus poliumi tašką A, galima užrašyti, kad:

$$\vec{V}_D = \vec{V}_A + \vec{V}_{DA}, \quad (2)$$

čia $\vec{V}_{DA} \perp (AD)$.

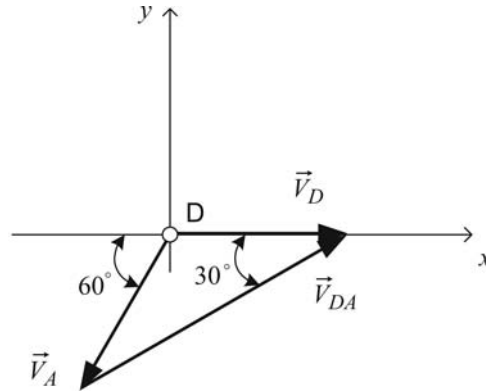
Iš kitos pusės, taškas D juda pagal apskritimą taško O₂ atžvilgiu. Todėl galima teigti, kad $\vec{V}_D \perp (DO_2)$.

Sudarykime greičių planą taške D.

Pastaba. Sudarant greičių planus, žinomus greičius reikia atidėti pagal pasirinktą mastelį, pavyzdžiui: 1 cm = 1 m/s. Taip atsiras galimybė apytiksliai išmatuoti (su liniuote) nežinomų greičių dydžius ir kartu patikrinti sprendimą.

Šiame pavyzdyje naudojamas mastelis: 1 cm = 2 m/s.

Greičių planas taške D pavaizduotas 3 pav.



3 pav. Taško D greičių planas

Sudarę greičių planą galime tiksliai nustatyti vektorių \vec{V}_D ir \vec{V}_{DA} kryptis: tai leidžia suprojektuoti lygtį (2) į koordinatinių ašis (3 pav.):

$$\begin{cases} V_D = -V_A \cdot \cos 60^\circ + V_{DA} \cdot \cos 30^\circ \\ 0 = -V_A \cdot \sin 60^\circ + V_{DA} \cdot \sin 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_D = -1,20 \cdot 0,50 + V_{DA} \cdot 0,8660 \\ 0 = -1,20 \cdot 0,8660 + V_{DA} \cdot 0,50 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} V_D = -0,60 + V_{DA} \cdot 0,8660 \\ 1,20 \cdot 0,8660 = V_{DA} \cdot 0,50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_D = -0,60 + V_{DA} \cdot 0,8660 \\ V_{DA} = 2,078 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_D = 1,200 \\ V_{DA} = 2,08 \end{cases}$$

Taigi, išsprendę lygčių sistemą, gavome, kad $V_D = 1,20$ m/s, $V_{DA} = 2,08$ m/s.

Mechanizmo grandies AD kampinio greičio ω_2 nustatymas

$$\omega_2 = \frac{V_{DA}}{AD} = \frac{2,080}{0,650} = 3,20 \text{ rad/s.} \quad (3)$$

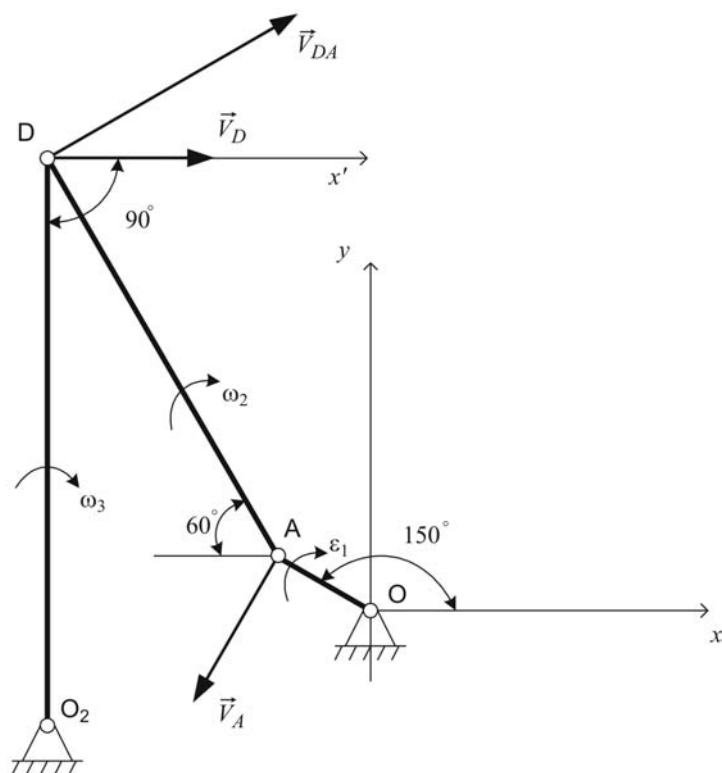
Kampinio greičio ω_2 kryptis nustatoma pagal vektoriaus \vec{V}_{DA} kryptį poliaus A atžvilgiu (4 pav.).

Mechanizmo grandies DO₂ kampinio greičio ω_3 nustatymas

$$\omega_3 = \frac{V_D}{DO_2} = \frac{1,20}{0,80} = 1,50 \text{ rad/s.} \quad (4)$$

Kampinio greičio ω_3 kryptis nustatoma pagal vektoriaus \vec{V}_D kryptį, žiūrint taško O₂ atžvilgiu (4 pav.).

Mechanizmo greičiai pavaizduoti 4 pav.



4 pav. Mechanizmo greičiai

Pagreičių skaičiavimas

Taško A pagreičio nustatymas

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau, \quad (5)$$

čia \vec{a}_A^n yra normalinis taško A pagreitis, o \vec{a}_A^τ – tangentinis taško A pagreitis:

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot OA = 8,0^2 \cdot 0,150 = 9,60 \text{ m/s}^2, \quad (6)$$

$$a_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot OA = 2,0 \cdot 0,150 = 0,30 \text{ m/s}^2. \quad (7)$$

Pastaba. Nežiūrint į tai, kad pagal sąlygą pateikta neigiama kampinio pagreičio ε_1 reikšmė ($\varepsilon_1 = -2,0 \text{ rad/s}^2$), formulėje (7) naudojamas ε_1 modulis. Ženklas jau buvo įvertintas, nustatant ε_1 kryptį (2 pav.).

$$a_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2} = \sqrt{9,60^2 + 0,30^2} = 9,60 \text{ m/s}^2, \quad (8)$$

$\vec{a}_A^n \parallel (OA)$ ir nukreiptas iš taško A į tašką O (6 pav.), $\vec{a}_A^\tau \perp (OA)$ ir nukreiptas pagal kampinį pagreitį ε_1 taško O atžvilgiu (6 pav.).

Taško D pagreičio nustatymas

Kadangi mechanizmo grandies AD judėjimas yra plokščias, tai pasirinkę poliumi tašką A, galime užrašyti, kad:

$$\vec{a}_D = \vec{a}_A + \vec{a}_{DA}, \quad (9)$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau, \quad (10)$$

$$\vec{a}_{DA} = \vec{a}_{DA}^n + \vec{a}_{DA}^\tau. \quad (11)$$

Įstatę (10) ir (11) į (9), gauname, kad

$$\vec{a}_D = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{DA}^n + \vec{a}_{DA}^\tau, \quad (12)$$

$$a_{DA}^n = \omega_2^2 \cdot AD = 3,20^2 \cdot 0,650 = 6,66 \text{ m/s}^2. \quad (13)$$

Normalinis pagreitis a_{DA}^n nukreiptas iš taško D į tašką A.

Tangentinis pagreitis $\vec{a}_{DA}^\tau \perp (AD)$.

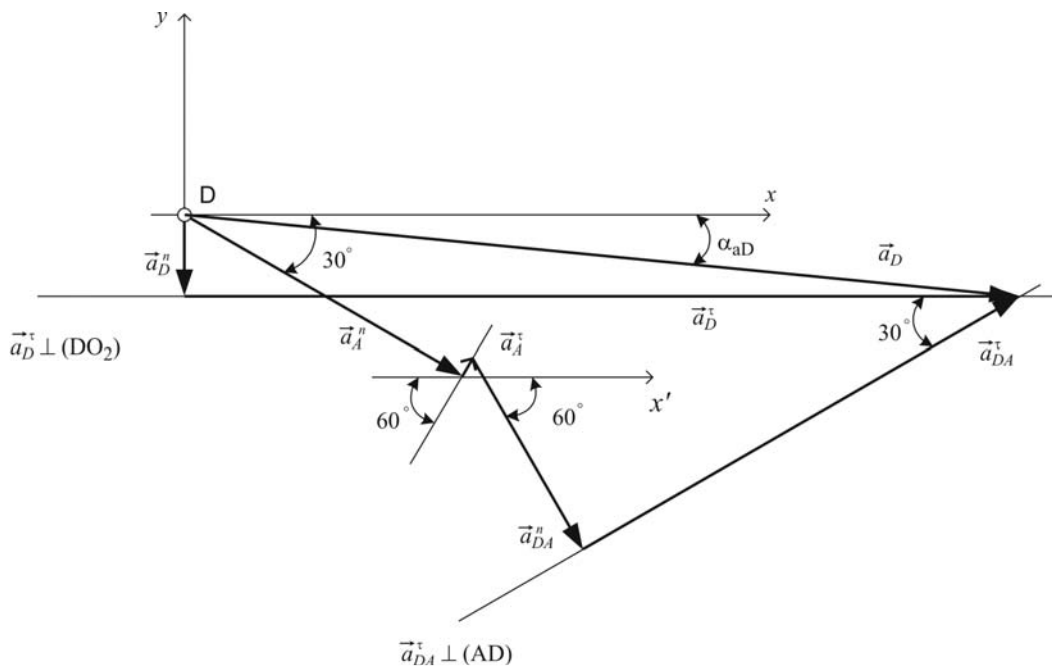
Kadangi taškas D juda pagal apskritimą taško O_2 atžvilgiu, galima užrašyti, kad

$$\vec{a}_D = \vec{a}_D^n + \vec{a}_D^\tau, \quad (14)$$

$$\vec{a}_D^n = \omega_3^2 \cdot DO_2 = 1,50^2 \cdot 0,80 = 1,80 \text{ m/s}^2, \quad (15)$$

$$\vec{a}_D^\tau \perp (DO_2).$$

Pagreičių planas taške D pavaizduotas 5 pav.



5 pav. Taško D pagreičių planas

Sudarę taško D pagreičių planą, tiksliai žinome lygčių (12) ir (14) vektorių krytis ir galime suprojektuoti šias lygtis į koordinatinių ašis.

$$\begin{cases} a_{DX} = a_A^n \cdot \cos 30^\circ + a_A^\tau \cdot \cos 60^\circ + a_{DA}^n \cdot \cos 60^\circ + a_{DA}^\tau \cdot \cos 30^\circ \\ -a_{DY} = -a_A^n \cdot \sin 30^\circ + a_A^\tau \cdot \sin 60^\circ - a_{DA}^n \cdot \sin 60^\circ + a_{DA}^\tau \cdot \sin 30^\circ \\ a_{DX} = a_D^\tau \\ -a_{DY} = -a_D^n \end{cases}$$

Įstatę žinomas reikšmes, turėsime:

$$\begin{cases} a_{DX} = 9,60 \cdot 0,8660 + 0,30 \cdot 0,50 + 6,660 \cdot 0,50 + a_{DA}^\tau \cdot 0,8660 \\ -a_{DY} = -9,60 \cdot 0,50 + 0,30 \cdot 0,8660 - 6,660 \cdot 0,8660 + a_{DA}^\tau \cdot 0,50 \\ a_{DX} = a_D^\tau \\ -a_{DY} = -1,80 \end{cases}$$

Išsprendę lygčių sistemą, gauname, kad

$$a_D^\tau = 26,5 \text{ m/s}^2, a_{DA}^\tau = 17,02 \text{ m/s}^2, a_{DX} = 26,5 \text{ m/s}^2, a_{DY} = 1,80 \text{ m/s}^2,$$

$$a_D = \sqrt{(a_{DX})^2 + (a_{DY})^2} = \sqrt{26,50^2 + 1,80^2} = 26,6 \text{ m/s}^2. \quad (16)$$

Apskaičiuokime kampą α_{aD} , kurį sudaro vektorius \vec{a}_D ir absčių ašis (5 pav.):

$$\alpha_{aD} = \arccos\left(\frac{a_{DX}}{a_D}\right) = \arccos\left(\frac{26,50}{26,60}\right) = 5,0^\circ. \quad (17)$$

Mechanizmo grandies AD kampinio pagreičio ε_2 nustatymas

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{DA}^{\tau}}{AD} = \frac{17,02}{0,650} = 26,2 \text{ rad/s}^2. \quad (18)$$

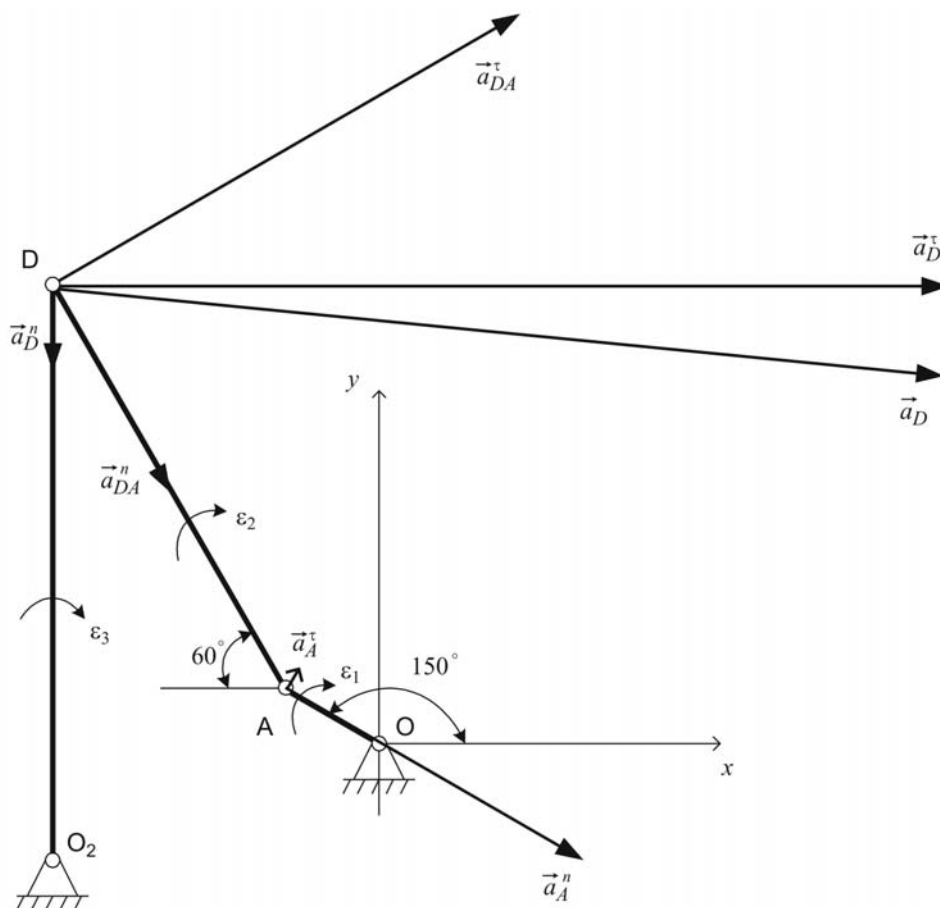
Kampinio pagreičio ε_2 kryptis nustatoma pagal tangentinio pagreičio \vec{a}_{DA}^{τ} kryptį poliaus A atžvilgiu (6 pav.).

Mechanizmo grandies DO₂ kampinio pagreičio ε_3 nustatymas

$$\varepsilon_3 = \frac{a_D^{\tau}}{DO_2} = \frac{26,50}{0,80} = 33,1 \text{ rad/s}^2. \quad (19)$$

Kampinio pagreičio ε_3 kryptis nustatoma pagal tangentinio pagreičio \vec{a}_D^{τ} kryptį taško O₂ atžvilgiu (6 pav.).

Mechanizmo pagreičiai pavaizduoti 6 pav.



6 pav. Mechanizmo pagreičiai

Atsakymų lentelė

Varianto Nr.	V_A , m/s	V_D , m/s	ω_2 , rad/s	ω_3 , rad/s	a_A , m/s ²	a_D , m/s ²	ε_2 , rad/s ²	ε_3 , rad/s ²
17	1,20	1,20	3,20	1,50	9,60	26,6	26,2	33,1

Užduotys, skirtos savarankiškam darbui

Toliau yra pateikiami uždaviniai, skirti savarankiškai pasiruošti kontroliniam darbui. Uždavinių sprendimo algoritmas yra analogiškas, kaip ir anksčiau pateiktame pavyzdyje.

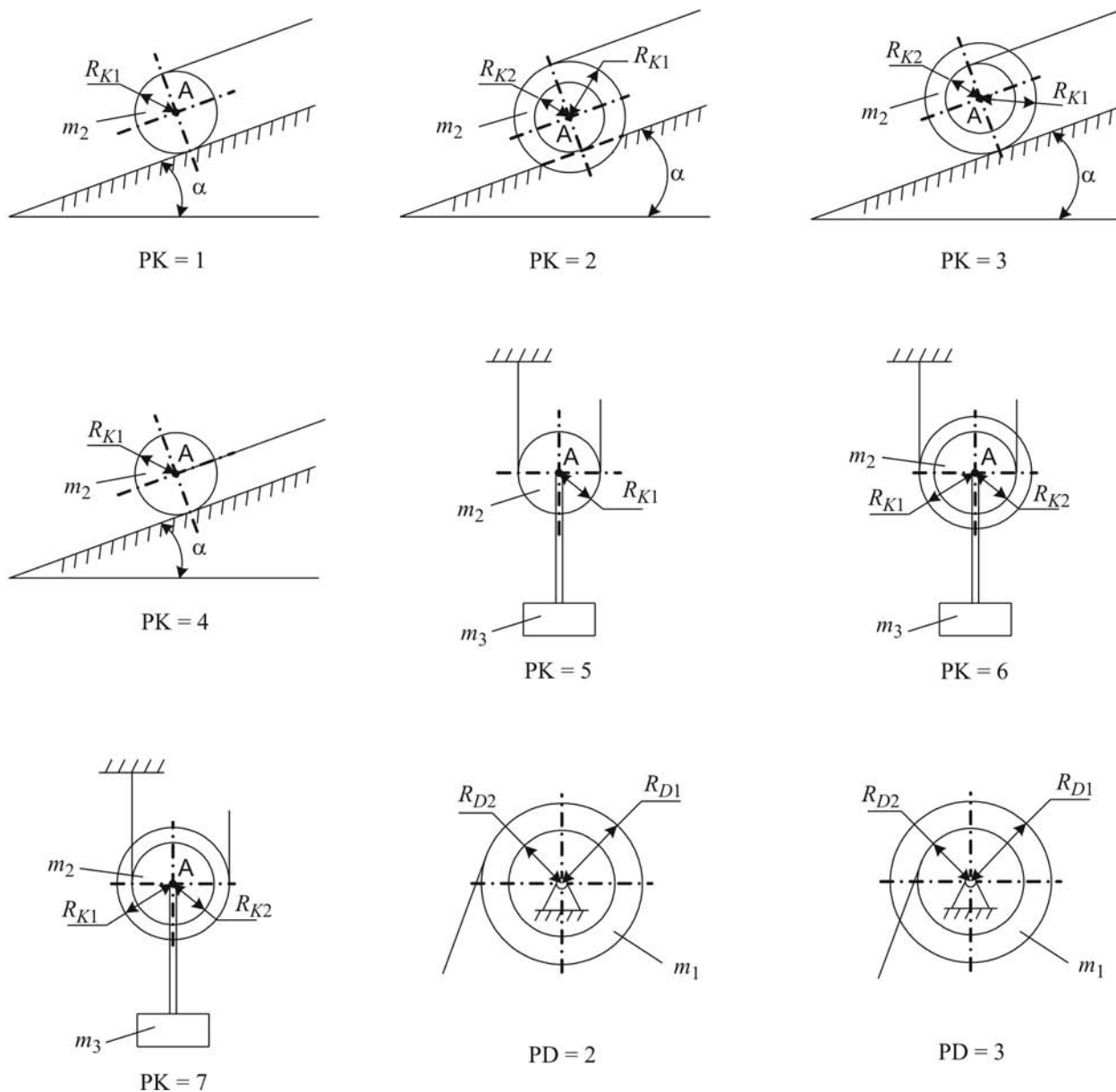
VAR	DO2	OA	AL	BT	DL	AD	XD	YD	W1	E1	XO2	YO2
1	0.60	0.40	0.	120.	-90.	1.60	1.200	-1.386	8.0	-6.0	1.200	-1.986
2	0.45	0.50	30.	150.	-270.	1.80	2.233	0.250	10.0	-4.0	2.233	0.700
3	0.60	0.30	210.	210.	-270.	1.10	-0.810	-1.103	-6.0	12.0	-0.810	-0.503
4	0.45	0.25	150.	30.	-90.	1.55	1.333	0.125	8.0	14.0	1.333	-0.325
5	0.70	0.15	330.	30.	-90.	1.15	-1.020	-0.075	-6.0	12.0	-1.020	-0.775
6	0.75	0.20	30.	360.	-270.	1.40	-1.039	-0.600	-2.0	-6.0	-1.039	0.150
7	0.80	0.25	60.	360.	-90.	1.15	-0.450	-0.779	-4.0	10.0	-0.450	-1.579
8	0.75	0.40	300.	30.	0.	1.50	-1.099	0.404	8.0	4.0	-0.349	0.404
9	0.75	0.15	210.	360.	0.	0.95	0.693	0.400	-4.0	12.0	1.443	0.400
10	0.60	0.25	300.	360.	-210.	0.85	-0.300	0.520	-8.0	6.0	-0.820	0.820
11	0.70	0.10	120.	270.	180.	0.70	-0.656	-0.263	4.0	2.0	-1.356	-0.263
12	0.65	0.15	120.	60.	60.	0.65	0.575	0.130	12.0	2.0	0.900	0.693

Atsakymai pagal variantus:

VAR	VA	VD	W2	W3	E2	E3	AA	AD
1	3.20	5.54	4.00	9.24	88.71	268.87	25.71	169.25
2	5.00	2.50	2.41	5.56	22.57	117.15	50.04	54.52
3	1.80	1.80	2.83	3.00	8.24	39.04	11.38	24.04
4	2.00	1.00	1.12	2.22	5.68	22.60	16.38	10.41
5	0.90	0.45	0.68	0.64	3.95	4.64	5.69	3.26
6	0.40	0.00	0.29	0.00	1.14	1.06	1.44	0.79
7	1.00	0.00	0.87	0.00	2.54	7.83	4.72	6.26
8	3.20	3.20	3.70	4.27	9.78	33.90	25.65	28.86
9	0.60	0.00	0.63	0.00	5.58	5.39	3.00	4.04
10	2.00	0.00	2.35	0.00	21.25	37.65	16.07	22.59
11	0.40	0.80	0.99	1.14	6.10	3.65	1.61	2.71
12	1.80	1.80	2.77	2.77	32.93	5.44	21.60	6.11

4 NAMŲ DARBAS
**DINAMIKA. MECHANINĖS SISTEMOS
 KINETINĖS ENERGIJOS KITIMO TEOREMA**

Darbo uždutis – pagal savo varianto duomenis iš bendrosios schemas (1 pav.) sudaryti mechanizmą ir apskaičiuoti taško A greitį bei pagreitį jam nuėjus kelią S_A , laikant, kad sistema pradeda judėti dėl svorio jėgų poveikio iš statinės pusiausvyros būsenos. Skaičiavimų tikslumas – ne mažiau nei trys reikšminiai skaitmenys (žr. 1 priedą).



1 pav. Bendroji uždavinio schema

Uždavinio schemas (mechanizmo) sudarymas

Uždavinio schema (mechanizmas) sudaroma iš bendrosios schemas (1 pav.) laikantis toliau išdėstytų taisyklių:

- Mechanizmas konstruojamas iš dviejų dalių: dešinėsios ir kairiosios.
- Dešinioji mechanizmo dalis identifikuojama pagal požymį PD.
- Kairioji mechanizmo dalis identifikuojama pagal požymį PK.

Uždavinio schemos sudarymo algoritmas:

1. Pagal savo varianto duomenis nustatyti požymio PD reikšmę ir vadovaujantis bendraja uždavinio schema (1 pav.) nubraižyti dešiniąją mechanizmo pusę. Šiuo atveju galimi tik du variantai: kai PD = 2 ir PD = 3.
2. Pagal savo varianto duomenis nustatyti požymio PK reikšmę ir vadovaujantis bendraja uždavinio schema (1 pav.) nubraižyti kairiąją mechanizmo pusę.
3. Jeigu PK = 1, PK = 2, PK = 3 arba PK = 4 – mechanizmo kairioji dalis susideda iš vieno kūno, riedančio kampu α pasvirusia plokštuma. Kampą α reikia atidėti tiksliai.
4. Jeigu PK = 5, PK = 6 arba PK = 7 – mechanizmo kairioji dalis susideda iš dviejų kūnų. Šiuo atveju kampas $\alpha = 90^\circ$ ir jo žymėti schemoje nereikia.

Pastabos apie uždavinio sprendimą

1. Variantuose, kur $Kk \neq 0$, reikia įvertinti riedėjimo trintį (žr. pirmą pavyzdį).
2. Variantuose, kur $RiK = 0$, kairiojo kūno inercijos momentas turi būti skaičiuojamas pagal formulę

$$I_2 = \frac{1}{2} m_2 (RK1)^2.$$

1. Atsakymai turi būti tokie:

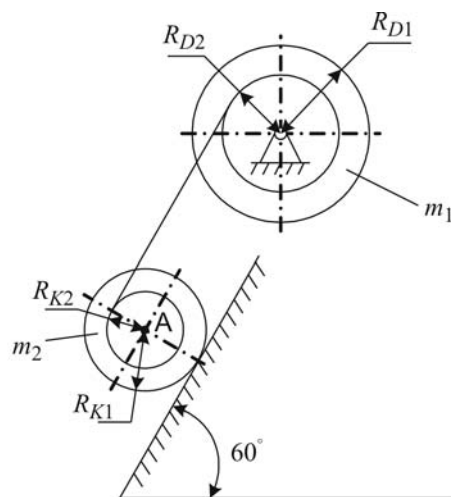
- Ed – dešinės pusės kinetinės energijos koeficientas prie $(Va)^2$.
- Ek – kairės pusės kinetinės energijos koeficientas prie $(Va)^2$.
- Ak – išorinių jėgų darbas, J.
- Va – taško A greitis, m/s.
- Aa – taško A pagreitis, m/s².

1 pavyzdys (2 kūnai)

Užduoties duomenys:

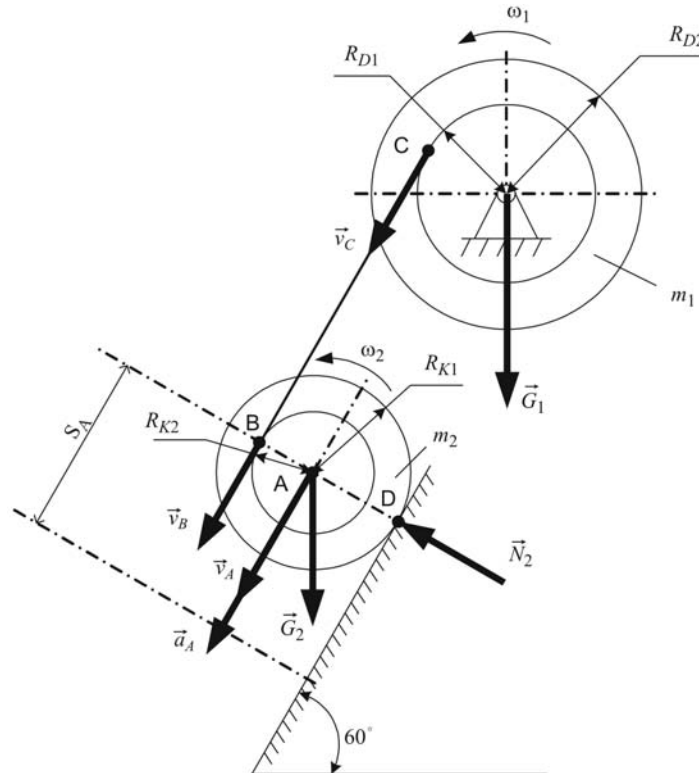
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
15	3.	3.	60.	0.32	0.20	0.12	0.20	0.0036	6.00	175.	110.	0.	0.26	0.16

Pagal užduoties duomenis sudarome užduoties schemą (2 pav.).



2 pav. Užduoties schema

Sudarykime mechanizmo skaičiuojamąją schemą (3 pav.).



3 pav. Mechanizmo skaičiuojamoji schema

Sprendimui taikysime kinetinės energijos pokyčio teoremą, kuri teigia, kad sistemos kinetinės energijos pokytis yra lygus visų sistemą veikiančių jėgų darbų sumai:

$$E - E_0 = \sum A_i, \quad (1)$$

čia: E – sistemos kinetinė energija galutiniu momentu, E_0 – sistemos kinetinė energija pradiniu momentu, $\sum A_i$ – visų sistemą veikiančių išorinių ir vidinių jėgų darbų suma.

Apskaičiuokime pateiktos sistemos (3 pav.) kinetinės energijos pokytį. Kadangi pagal užduoties sąlygą žinome, kad pradiniu laiko momentu sistema yra pusiausvyros būsenos, tai galima teigti, kad $E_0 = 0$.

$$E = E_K + E_D, \quad (2)$$

čia: E_K – kairės pusės kinetinė energija, E_D – dešinės pusės kinetinė energija.

Dešinysis mechanizmo kūnas tik sukasi, todėl jo kinetinė energija apskaičiuojama pagal formulę:

$$E_D = \frac{1}{2} I_{1x} \omega_1^2, \quad (3)$$

čia: I_{1x} – dešiniojo mechanizmo kūno inercijos momentas, ω_1 – kampinis greitis.

$$I_{1x} = m_1 i_{1x}^2, \quad i_{1x} = RiD = 0,160 \text{ m}, \quad I_{1x} = 175,0 \cdot 0,160^2 = 4,480 \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \quad (4)$$

Išreikškime kampinį greitį ω_1 per ieškomą greitį v_A . Kadangi taškai B ir C (3 pav.) priklauso vienam lygmeniui, jų greičiai yra lygūs, t. y.

$$v_B = v_C, \quad (5)$$

$$v_B = BD \cdot \omega_2 = (R_{K1} + R_{K2}) \omega_2, \quad (6)$$

$$v_C = R_{D1} \omega_1. \quad (7)$$

Istatome (6) ir (7) į (5):

$$(R_{K1} + R_{K2})\omega_2 = R_{D1}\omega_1, \quad (8)$$

$$\omega_2 = \frac{v_A}{AD} = \frac{V_A}{RK_1}. \quad (9)$$

Istatome (9) į (8):

$$(R_{K1} + R_{K2})\frac{V_A}{RK_1} = R_{D1}\omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{(R_{K1} + R_{K2})}{R_{D1} \cdot RK_1} V_A = \frac{0,320 + 0,200}{0,120 \cdot 0,320} V_A = 13,542 V_A. \quad (10)$$

Iš (4) ir (10) formulių gauname, kad dešinėsios mechanizmo pusės kinetinė energija:

$$E_D = \frac{1}{2} 4,480 \cdot (13,542)^2 \cdot V_A^2 = 410,8 V_A^2. \quad (11)$$

Kairysis mechanizmo kūnas (3 pav.) ir sukasi, ir slenka. Todėl jo kinetinė energija apskaičiuojama pagal formulę:

$$E_K = \frac{1}{2} m_2 V_A^2 + \frac{1}{2} I_{2x} \omega_2^2, \quad (12)$$

čia: I_{2x} – dešiniojo mechanizmo kūno inercijos momentas, ω_2 – kampinis greitis, m_2 – kūno masė:

$$I_{2x} = m_2 i_{2x}^2, \quad i_{2x} = RiK = 0,260 \text{ m}, \quad I_{2x} = 110,0 \cdot 0,260^2 = 7,436 \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \quad (13)$$

Istatę (9) ir (13) į (12), gauname

$$E_K = \frac{1}{2} 110,0 V_A^2 + \frac{1}{2} 7,436 \left(\frac{V_A}{RK_1} \right)^2 = 55,0 V_A^2 + 3,718 \frac{V_A^2}{0,320^2} = 91,31 V_A^2. \quad (14)$$

Istatome (11) ir (14) į (2):

$$E = 410,8 V_A^2 + 91,31 V_A^2 = 502,1 V_A^2. \quad (15)$$

Apskaičiuokime mechanizmą veikiančių jėgų darbą:

$$A = A_K + A_D. \quad (16)$$

Dešinysis mechanizmo kūnas įtvirtintas nepaslankiu lankstu, todėl jis gali tik sukis ir jėgos \vec{G}_1 darbas yra lygus 0, nes šios jėgos pridėjimo taškas nejuda.

Kairysis mechanizmo kūnas veikiamas jėgos \vec{G}_2 nueina kelią S_A ir turi nugalėti riedėjimo trinties pasipriešinimą. Todėl

$$A = A_K + 0,0 = A_K, \quad (17)$$

$$A_K = A_{G_2} - A_{F_r}, \quad (18)$$

čia: A_{G_2} – kairijį kūną veikiančios jėgos \vec{G}_2 darbas, kūnui nuėjus kelią S_A , A_{F_r} – riedėjimo trinties jėgos darbas, kuris yra neigiamas, nes priešindamasi judėjimui, riedėjimo trinties jėga atlieka neigiamą darbą:

$$A_{G_2} = S_A G_2 \sin 60^\circ = S_A m_2 g \sin 60^\circ = 6,0 \cdot 110,0 \cdot 9,810 \cdot 0,8660 = 5607 \text{ J}, \quad (19)$$

$$A_{F_r} = N_2 k \phi_2 = m_2 g \cos 60^\circ k \phi_2, \quad (20)$$

čia: $k = kK$ – riedėjimo trinties koeficientas, ϕ_2 – kampas, kuriuo pasisuka kairysis mechanizmo kūnas, nueidamas kelią S_A .

Pagal (9)

$$\omega_2 = \frac{V_A}{RK_1} = \frac{V_A}{0,320} = 3,125V_A. \quad (21)$$

Žinome, kad kampinis greitis yra posūkio kampo išvestinė, o greitis – kelio išvestinė. Todėl (21) formulę galime perrašyti taip:

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = 3,125 \frac{dS}{dt}. \quad (22)$$

Abi (22) lygties puses dauginame iš dt :

$$d\varphi_2 = 3,125dS, \quad (23)$$

$$\int_0^{\varphi_2} d\varphi_2 = 3,125 \int_0^{S_A} dS, \quad (24)$$

$$\varphi_2 = 3,125S_A = 3,125 \cdot 6,0 = 18,750 \text{ rad}. \quad (25)$$

Istatome (25) į (20):

$$A_{F_{tr}} = m_2 g \cos 60^\circ k \varphi_2 = 110,0 \cdot 9,810 \cdot 0,50 \cdot 0,00360 \cdot 18,750 = 36,42 \text{ J}. \quad (26)$$

Istatome (26) ir (19) į (18):

$$A_K = 5607 - 36,42 = 5571 \text{ J}. \quad (27)$$

Istatome (27) ir (15) į (1):

$$502,1V_A^2 = 5571, \quad (28)$$

$$V_A = \sqrt{\frac{5571}{502,1}} = 3,33 \text{ m/s}. \quad (29)$$

Norėdami apskaičiuoti taško A pagreitį, perrašykime (28) formulę:

$$502,1V_A^2 = 928,5 \cdot S_A. \quad (30)$$

Padauginkime abi (30) lygties puses iš $\frac{d}{dt}$:

$$502,1 \frac{d(V_A^2)}{dt} = 928,5 \cdot \frac{dS_A}{dt}, \quad (31)$$

$$502,1 \cdot 2 \cdot V_A \cdot a_A = 928,5 \cdot V_A, \quad (32)$$

$$a_A = \frac{928,5}{502,1 \cdot 2} = 0,925 \text{ m/s}^2. \quad (33)$$

Atsakymų lentelė

Varianto Nr.	Ed	Ek	Ak	Va	Aa
15	410,8	91,31	5571 J	3,33 m/s	0,925 m/s ²

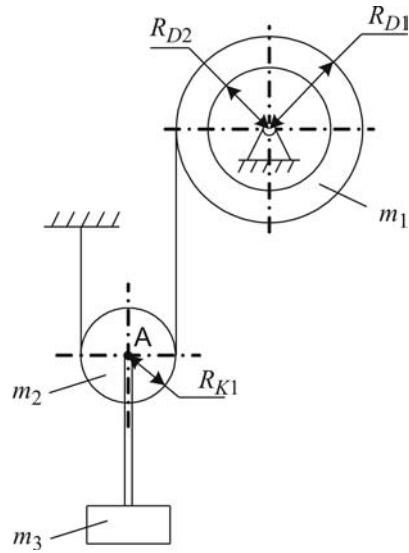
2 pavyzdys (3 kūnai)

Užduoties duomenys:

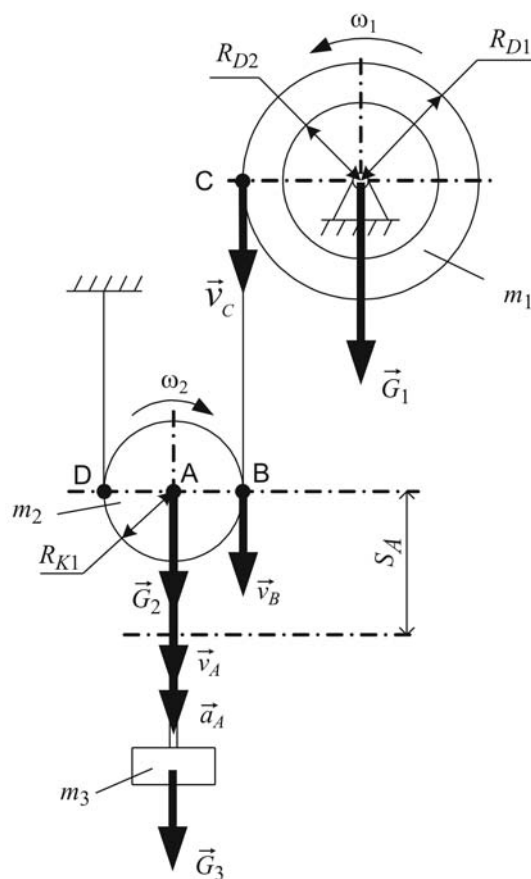
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
14	5.	2.	90.	0.15	0.15	0.27	0.15	0.0000	3.00	25.	100.	60.	0.00	0.21

Pagal užduoties duomenis sudarome užduoties schemą (4 pav.).

Sudarykime mechanizmo skaičiuojamąją schemą (5 pav.).



4 pav. Užduoties schema



5 pav. Mechanizmo skaičiuojamoji schema

Sprendimui taikysime kinetinės energijos pokyčio teoremą (1). Apskaičiuokime pateiktos sistemos (5 pav.) kinetinės energijos pokytį. Kadangi pagal užduoties sąlygą žinome, kad pradiniu laiko momentu sistema yra pusiausvyros būsenos, tai galima teigti, kad $E_0 = 0$.

$$E = E_K + E_D, \quad (34)$$

čia: E_K – kairės pusės kinetinė energija (antrasis ir trečiasis kūnai), E_D – dešinės pusės kinetinė energija (pirmasis kūnas).

Dešinysis mechanizmo kūnas tik sukasi, todėl jo kinetinė energija apskaičiuojama pagal formulę:

$$E_D = \frac{1}{2} I_{1x} \omega_1^2, \quad (35)$$

čia: I_{1x} – dešiniojo mechanizmo kūno inercijos momentas, ω_1 – kampinis greitis:

$$I_{1x} = m_1 i_{1x}^2, \quad i_{1x} = RiD = 0,210 \text{ m}, \quad I_{1x} = 25,0 \cdot 0,210^2 = 1,1025 \text{ kg}\cdot\text{m}^2. \quad (36)$$

Išreikškime kampinį greitį ω_1 per ieškomą greitį v_A . Kadangi taškai B ir C (5 pav.) priklauso vienam ly-nui, jų greičiai yra lygūs, t. y.

$$v_B = v_C, \quad (37)$$

$$v_B = BD \cdot \omega_2 = (R_{K1} + R_{K1}) \omega_2 = 2R_{K1} \omega_2, \quad (38)$$

$$v_C = R_{D1} \omega_1. \quad (39)$$

Istatome (38) ir (39) į (37):

$$2R_{K1} \omega_2 = R_{D1} \omega_1, \quad (40)$$

$$\omega_2 = \frac{v_A}{AD} = \frac{V_A}{RK_1}. \quad (41)$$

Istatome (41) į (40):

$$2R_{K1} \frac{V_A}{RK_1} = R_{D1} \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{2R_{K1}}{R_{D1} \cdot RK_1} V_A = \frac{2 \cdot 0,150}{0,270 \cdot 0,150} V_A = 7,407 V_A. \quad (42)$$

Iš (36) ir (42) formulių gauname, kad dešiniojos mechanizmo pusės kinetinė energija:

$$E_D = \frac{1}{2} 1,1025 \cdot (7,407)^2 \cdot V_A^2 = 30,24 V_A^2. \quad (43)$$

Antrasis mechanizmo kūnas (5 pav.) ir sukasi, ir slenka, o trečiasis – tik slenka. Todėl mechanizmo kairiosios pusės kinetinė energija apskaičiuojama pagal formulę:

$$E_K = \frac{1}{2} m_2 V_A^2 + \frac{1}{2} I_{2x} \omega_2^2 + \frac{1}{2} m_3 V_A^2 = \frac{1}{2} (m_2 + m_3) V_A^2 + \frac{1}{2} I_{2x} \omega_2^2, \quad (44)$$

čia: I_{2x} – antrojo mechanizmo kūno inercijos momentas, ω_2 – antrojo mechanizmo kūno kampinis greitis, m_2 – antrojo mechanizmo kūno masė, m_3 – trečiojo mechanizmo kūno masė.

Kadangi pagal sąlygą $RiK = 0$, tai $I_{2x} = \frac{1}{2} m_2 (RK_1)^2$ (žr. pastabas apie uždavinio sprendimą):

$$I_{2x} = \frac{1}{2} \cdot 100,0 \cdot 0,150^2 = 1,1250 \text{ kg}\cdot\text{m}^2. \quad (45)$$

Istatę (41) ir (45) į (44), gauname

$$E_K = \frac{1}{2} (100,0 + 60,0) V_A^2 + \frac{1}{2} 1,1250 \left(\frac{V_A}{RK_1} \right)^2 = 80,0 V_A^2 + 0,50 \cdot 1,125 \frac{V_A^2}{0,150^2} = 105,0 V_A^2. \quad (46)$$

Istatome (44) ir (43) į (34):

$$E = 105,0V_A^2 + 30,24V_A^2 = 135,24V_A^2. \quad (47)$$

Apskaičiuokime mechanizmą veikiančių jėgų darbą:

$$A = A_K + A_D, \quad (48)$$

čia: A_K – kairiąją (antrasis ir trečiasis kūnai) mechanizmo dalį veikiančių jėgų darbas, A_D – dešiniąją mechanizmo dalį veikiančių jėgų darbas.

Dešinysis mechanizmo kūnas įtvirtintas nepaslankiu lankstu, todėl jis gali tik sukstis ir jėgos \vec{G}_1 darbas yra lygus 0, nes šios jėgos pridėjimo taškas nejuda.

Antrasis ir trečiasis mechanizmo kūnai atitinkamai veikdami jėgų \vec{G}_2 ir \vec{G}_3 nueina kelią S_A . Todėl

$$A = A_K + 0 = A_K, \quad (49)$$

$$A_K = A_{G_2} + A_{G_3}, \quad (50)$$

čia: A_{G_2} – antrąjį kūną veikiančios jėgos \vec{G}_2 darbas, kūnui nuėjus kelią S_A , A_{G_3} – trečiąjį kūną veikiančios jėgos \vec{G}_3 darbas, kūnui nuėjus kelią S_A :

$$A_{G_2} = S_A G_2 = S_A m_2 g, \quad (51)$$

$$A_{G_3} = S_A G_3 = S_A m_3 g. \quad (52)$$

Istatome (52) ir (51) į (50):

$$A_K = S_A m_2 g + S_A m_3 g = S_A g(m_2 + m_3) = 3,0 \cdot 9,810 \cdot (100,0 + 60,0) = 4709 \text{ J}. \quad (53)$$

Istatome (53) ir (47) į (1):

$$135,24V_A^2 = 4709, \quad (54)$$

$$V_A = \sqrt{\frac{4709}{135,24}} = 5,90 \text{ m/s}. \quad (55)$$

Norėdami apskaičiuoti taško A pagreitį, perrašykime (54) formulę:

$$135,24V_A^2 = 1569,7 \cdot S_A. \quad (56)$$

Padauginkime abi (56) lygties puses iš $\frac{d}{dt}$:

$$135,24 \frac{d(V_A^2)}{dt} = 1569,7 \cdot \frac{dS_A}{dt}, \quad (57)$$

$$135,24 \cdot 2 \cdot V_A \cdot a_A = 1569,7 \cdot V_A, \quad (58)$$

$$a_A = \frac{1569,7}{135,24 \cdot 2} = 5,80 \text{ m/s}^2. \quad (59)$$

Atsakymų lentelė

Varianto Nr.	Ed	Ek	Ak	Va	Aa
14	30,24	105,0	4709 J	5,90 m/s	5,80 m/s ²

Užduotys, skirtos savarankiškam darbui

Toliau yra pateikiami uždaviniai, skirti savarankiškam darbui. Uždavinių sprendimo algoritmas yra analogiškas, kaip ir anksčiau pateiktame pavyzdyje.

VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
1	6.	2.	90.	0.24	0.15	0.21	0.15	0.0000	6.00	175.	110.	70.	0.19	0.18
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
2	4.	2.	50.	0.15	0.15	0.30	0.15	0.0032	3.50	50.	100.	0.	0.00	0.22
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
3	6.	2.	90.	0.18	0.10	0.33	0.15	0.0000	5.50	150.	120.	70.	0.14	0.24
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
4	5.	2.	90.	0.10	0.10	0.24	0.15	0.0000	4.00	75.	120.	60.	0.00	0.19
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
5	4.	2.	35.	0.15	0.15	0.27	0.15	0.0026	3.00	25.	120.	0.	0.00	0.21
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
6	2.	2.	45.	0.18	0.10	0.33	0.15	0.0030	4.00	75.	130.	0.	0.14	0.24
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
7	2.	2.	60.	0.27	0.15	0.30	0.15	0.0036	3.50	50.	120.	0.	0.21	0.22
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
8	7.	3.	90.	0.32	0.20	0.10	0.20	0.0000	4.00	75.	120.	80.	0.26	0.15
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
9	6.	2.	90.	0.36	0.20	0.27	0.15	0.0000	4.50	100.	110.	90.	0.28	0.21
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
10	4.	3.	25.	0.15	0.15	0.12	0.20	0.0022	4.00	75.	110.	0.	0.00	0.16
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
11	5.	2.	90.	0.20	0.20	0.21	0.15	0.0000	5.50	150.	110.	30.	0.00	0.18
VAR	PK	PD	AL	RK1	RK2	RD1	RD2	kK	S	M1	M2	M3	RiK	RiD
12	5.	2.	90.	0.15	0.15	0.21	0.15	0.0000	4.50	100.	120.	50.	0.00	0.18

Atsakymai pagal variantus:

VAR	VA	AK	EK	ED	AA
1	6.001	10595	124.470	169.754	3.001
2	5.404	2583	75.000	13.444	4.172
3	6.716	10251	131.296	95.990	4.100
4	5.745	7063	120.000	94.010	4.125
5	4.500	1975	90.000	7.562	3.375
6	3.171	3499	192.400	155.504	1.257
7	3.526	3519	177.600	105.404	1.776
8	3.189	7848	201.400	570.375	1.271
9	6.539	8829	133.272	73.190	4.751
10	3.442	1767	82.500	66.667	1.481
11	4.874	7554	97.500	220.408	2.160
12	5.353	7505	115.000	146.939	3.183

1 PRIEDAS

SKAIČIAVIMŲ TIKSLUMAS

Atlikdami skaičiavimus neišvengiamai turime apvalinti visus skaičius iki tam tikro tikslumo. Teorinėje mechanikoje nustatytos tokios apvalinimo taisyklės:

- jeigu pirmas reikšminis skaitmuo (skaičiaus reikšminiais skaitmenimis vadinami visi skaitmenys nuo pirmo iš kairės nelygaus nuliui skaitmens iki paskutinio) yra 1, skaičius apvalinamas iki keturių reikšminių skaitmenų. Pavyzdžiui: $1245,15 \approx 1245$; $0,155555 \approx 0,1556$; $14,123 \approx 14,12$; $10,8 \approx 10,80$; $18994 \approx 18990$;
- jeigu pirmas reikšminis skaitmuo yra ne 1, skaičius apvalinamas iki trijų reikšminių skaitmenų. Pavyzdžiui: $345,615 \approx 346$; $0,0044444 \approx 0,00444$; $94,123 \approx 94,1$; $20 \approx 20,0$; $58564 \approx 58600$;
- atliekant tarpinius skaičiavimus tikslumas turi būti padidinamas vienu reikšminiu ženklu, t. y. jeigu pirmas reikšminis skaičius yra 1, reikia apvalinti iki penkių reikšminių skaitmenų, jeigu ne 1 – iki keturių reikšminių skaitmenų.

Pavyzdžiui: $\sin 11^\circ + \sqrt{5} + 3 = 0,19081 + 2,236 + 3,0 = 5,43$.

Atliekant patikrinimą statikos uždaviniuose, užrašoma visų sistemos momentų suma pasirinkto taško atžvilgiu. Teoriškai, jeigu uždavinys buvo išspręstas teisingai, turime gauti, kad

$$\sum M_+ + \sum M_- = 0.$$

čia: $\sum M_+$ – teigiamų momentų suma, $\sum M_-$ – neigiamų momentų suma.

Dėl skaičiuojant atliktų apvalinimų gausime, kad $|\sum M_+ + \sum M_-| = \delta$. Pasirinkime mažesnę pagal modulį momentų sumą iš $\sum M_+$ bei $\sum M_-$ ir pavadinkime ją $\sum M_{\min}$.

Jeigu $\frac{\delta}{\sum M_{\min}} 100\% < 0,2\%$ – uždavinys išspręstas teisingai. Priešingu atveju reikia perspręsti visą uždavinį, naudojant didesnę tikslumą. Jeigu tai nesumažina paklaidos – uždavinys išspręstas neteisingai.

Pavyzdžiui, sakykime, sistemoje yra penki momentai, kurių reikšmės pasirinkto taško atžvilgiu yra tokios: 200,1; 50,52; 100,14; -150,65; -200,2. Tuomet

$$\sum M_+ = 200,1 + 50,52 + 100,14 = 350,8,$$

$$\sum M_- = -150,65 - 200,2 = -350,9,$$

$$|\sum M_+ + \sum M_-| = 0,10,$$

$\frac{0,10}{350,8} 100\% = 0,0285\% < 0,2\%$ – galima daryti išvadą, kad uždavinys buvo išspręstas teisingai.

2 PRIEDAS
UŽDUOTYSE NAUDOJAMI ŽYMENYS

Šiame priede paaiškinami žymenys, kurie naudojami namų ir kontrolinių darbų užduotyse.

1 namų darbas

Var.nr. – varianto numeris,
l1 – ilgis l_1 ,
l2 – ilgis l_2 ,
l3 – ilgis l_3 ,
l4 – ilgis l_4 ,
l5 – ilgis l_5 ,
l6 – ilgis l_6 ,
l7 – ilgis l_7 ,
l8 – ilgis l_8 ,
l9 – ilgis l_9 ,
alfa – kampas alfa (α),
beta – kampas beta (β),
delta – kampas delta (δ),
gamma – kampas gamma (γ),
q11, q12 – išskirstytoji apkrova q_{11}, q_{12} ,
q2 – išskirstytoji apkrova q_2 ,
F1 – išorinė jėga F_1 ,
F2 – išorinė jėga F_2 ,
M1 – momentas M_1 ,
M2 – momentas M_2 ,
xD – taško D koordinatė X ,
yD – taško D koordinatė Y .

2 namų darbas

Var.nr. – varianto numeris,
l1 – ilgis l_1 ,
l2 – ilgis l_2 ,
l3 – ilgis l_3 ,
l4 – ilgis l_4 ,
alfa – kampas alfa (α),
beta – kampas beta (β),
delta – kampas delta (δ),
gamma1 – kampas gamma1 (γ_1),
gamma 2 – kampas gamma 2 (γ_2),
F1 – išorinė jėga F_1 ,
F2 – išorinė jėga F_2 ,
M – momentas M .

1 kontrolinis darbas

Var.nr. – varianto numeris,
l1 – ilgis l_1 ,
alfa – kampas alfa (α),
l2 – ilgis l_2 ,
beta – kampas beta (β),
l3 – ilgis l_3 ,
l4 – ilgis l_4 ,
q1 – išskirstytoji apkrova q_1 ,
q2 – išskirstytoji apkrova q_2 ,
F1 – išorinė jėga F_1 ,
gamma 1 – kampas gamma 1 (γ),
F2 – išorinė jėga F_2 ,

gamma 2 – kampas gamma 2 (γ),
M1 – momentas M_1 ,
M2 – momentas M_2 ,
delta – kampas delta (δ),
xB – taško B koordinatė X ,
yB – taško B koordinatė Y .

3 namų darbas

VAR – varianto numeris,
EO2 – grandies EO₂ ilgis,
OA – grandies OA ilgis,
AL – kampas alfa (α),
BT – kampas beta (β),
GM – kampas gamma (γ),
FI – kampas fi (φ),
DL – kampas delta (δ),
AD – grandies AD ilgis,
EB – grandies EB ilgis,
W1 – kampinis greitis ω_1 ,
XD – taško D koordinatė X ,
YD – taško D koordinatė Y ,
XE – taško E koordinatė X ,
YE – taško E koordinatė Y ,
XO2 – taško O₂ koordinatė X ,
YO2 – taško O₂ koordinatė Y .

2 kontrolinis darbas

VAR – varianto numeris,
DO2 – grandies EO₂ ilgis,
OA – grandies OA ilgis,
AL – kampas alfa (α),
BT – kampas beta (β),
DL – kampas delta (δ),
AD – grandies AD ilgis,
XD – taško D koordinatė X ,
YD – taško D koordinatė Y ,
W1 – kampinis greitis ω_1 ,
E1 – kampinis pagreitis ε_1 ,
XO2 – taško O₂ koordinatė X ,
YO2 – taško O₂ koordinatė Y .

4 namų darbas

VAR – varianto numeris,
PK – požymis, pagal kurį nustatoma, kaip braižyti kairiąją mechanizmo pusę,
PD – požymis, pagal kurį nustatoma, kaip braižyti dešiniąją mechanizmo pusę,
AL – kampas alfa (α),
RK1 – spindulys R_{K1} ,
RK2 – spindulys R_{K2} ,
RD1 – spindulys R_{D1} ,
RD2 – spindulys R_{D2} ,
kK – riedėjimo trinties koeficientas k ,
S – kelias S_A , kurį nueina taškas A,
M1 – pirmojo kūno masė m_1 ,
M2 – antrojo kūno masė m_2 ,
M3 – trečiojo kūno masė m_3 ,
RiD – pirmojo kūno inercijos spindulys i_{1x} ,
RiK – antrojo kūno inercijos spindulys i_{2x} .

3 PRIEDAS

NAMŲ DARBŲ ATSAKYMŲ TIKRINIMO INFORMACINĖS SISTEMOS APRAŠAS

Vilniaus Gedimino technikos universiteto studentai turi galimybę pasitikrinti teorinės mechanikos namų darbų atsakymus nuotoliniu būdu (naudodamiesi internetu). Atsakymų tikrinimo informacinė sistema prieinama adresu: <http://www.tmk.fm.vgtu.lt/lt/STUDENTAMS/12252> arba pagal nuorodas: <http://www.vgtu.lt> → Fakultetai → Fundamentinių mokslų fakultetas → Teorinės mechanikos katedra → Studijos → Studentams → Namų darbų atsakymų tikrinimo informacinė sistema.

Toliau pateiktas šiame leidinyje aprašytų namų darbų atsakymų tikrinimo formų aprašas.

Bendrosios pastabos

- Sistema korektiškai veiks tik **Internet Explorer** naršyklėje.
- Tikrinamo atsakymo trupmeninę dalį nuo sveikosios dalies reikia atskirti tašku (pvz., 10,12, o ne 10,12).
- Programa tikrina skaičiaus modulį, t. y. jeigu teisingas atsakymas yra 3,25, bus užskaityti atsakymai ir 3,25 ir -3,25.
- Kadangi skaičiuojant skaičiai apvalinami, tikrinant atsakymus leidžiama nedidelė paklaida (konkretus paklaidos dydis kiekvienam namų darbui nurodytas toliau). Pavyzdžiui, jeigu leidžiama paklaida yra 5 % ir teisingas atsakymas yra 10,00, tai bet koks skaičius iš intervalo [9,50; 10,50] bus laikomas teisingu atsakymu.

1 namų darbas

Pirmo namų darbo atsakymo tikrinimo forma (1 pav.) turi septynis laukus: „Varianto Nr.“, „R1“, „R2“, „Rbx“, „Rby“, „R5“, „R6“.

Į laukelį „Varianto Nr.“ reikia **būtinai** įvesti savo varianto numerį. To nepadarius sistema pateiks atitinkamą klaidos pranešimą (2 pav.).

Atsakymus į atitinkamus formos laukelius reikia įvesti tokia tvarka, kaip nurodyta užduotyje. Pavyzdžiui, jeigu nurodyta, kad reikia rasti R_{ax} , R_{ay} , R_{bx} , R_{by} , M_{ra} , R_c , tai $R_1 = R_{ax}$, $R_2 = R_{ay}$, $R_{bx} = R_{bx}$, $R_{by} = R_{by}$, $R_5 = M_{ra}$, $R_6 = R_c$.

Kai visos atsakymų reikšmės įvestos į formos laukelius, reikia spausti mygtuką „Tikrinti“. Tuomet atsivers tikrinimo rezultatų forma (3 pav.). Tikrinimo rezultatas gali būti:

- teisingai,
- neteisingai,
- blogai įvesta laukelio reikšmė!

Jeigu gautas atsakymas „teisingai“, reiškia pateikta reikšmė neviršija leistinos paklaidos. Šiame darbe leistina 3 % paklaida.

Jeigu gautas atsakymas yra „neteisingai“, reiškia pateikta reikšmė apskaičiuota neteisingai arba viršija leistiną paklaidą. Taip pat šis atsakymas gaunamas ir tuo atveju, kai laukelio reikšmė nenurodyta, t. y. laukelis paliktas tuščias.

Jeigu gautas atsakymas „blogai įvesta laukelio reikšmė!“, reiškia reikšmė buvo įvesta nekorektiškai: dešimtainė skaičiaus dalis atskirta nuo sveikosios kableliu (reikia būtinai naudoti tašką) arba tarp skaitmenų yra raidės ir pan.

http://localhost/mano/statika_ND1.php - Windows Internet Explorer

http://teormech.vgtu.lt/nd1/st_nd1.php

http://localhost/mano/st... x Internet Explorer cannot dis...

Statika. Dviejų kūnų sistema

Atsakymų tikrinimo forma

Varianto Nr:

Įveskite atsakymus į atitinkamus laukelius:

R1:

R2:

Rbx:

Rby:

R5:

R6:

Pastaba: atsakymus reikia įvesti tokia tvarka, kaip nurodyta užduotyje.
Pavyzdžiui, jeigu nurodyta, kad reikia rasti Rax Ray Rbx Rby Mra Rc, tai
R1 = Rax, R2 = Ray, Rbx = Rbx, Rby = Rby, R5 = Mra, R6 = Rc.

1 pav. Pirmo namų darbo atsakymų tikrinimo forma

http://localhost/mano/action_st_nd1.php - Windows Internet Explorer

http://teormech.vgtu.lt/nd1/action_st_nd1.php

http://localhost/mano/ac... x Internet Explorer cannot dis...

Atsakymų tikrinimo rezultatai:

Neįvestas varianto Nr.!

2 pav. Klaidos pranešimas, kai neįvestas varianto numeris



3 pav. Rezultatų tikrinimo forma

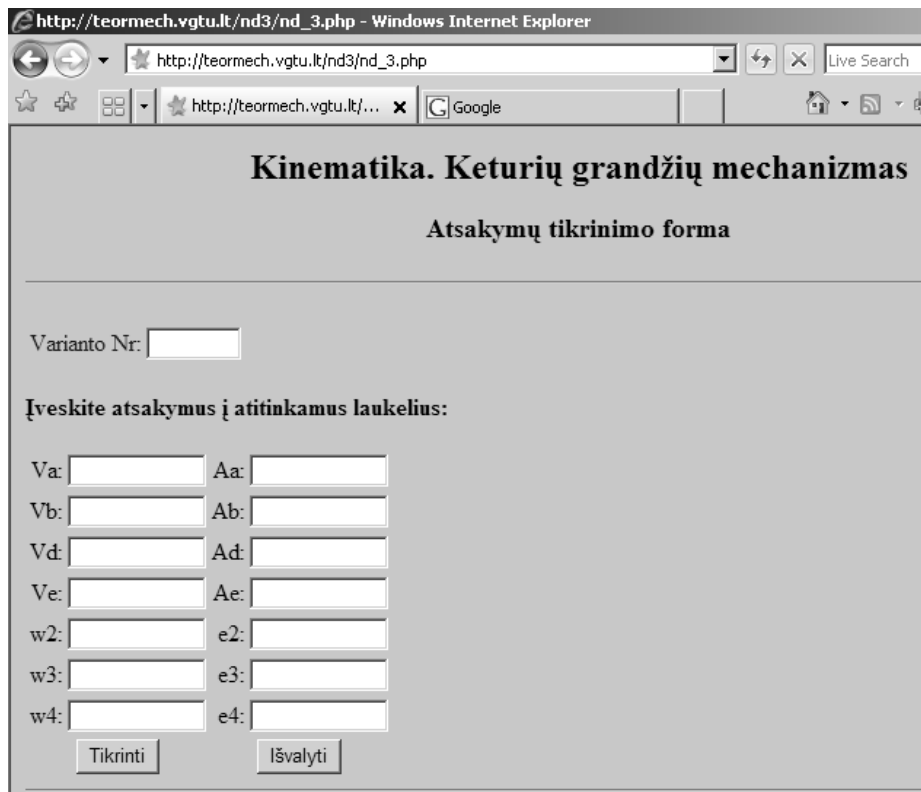
2 namų darbas

Namų darbo atsakymų tikrinimo forma pavaizduota 4 pav. Tikrinant atsakymus leistina 3 % paklaida. Atsakymų tikrinimo taisyklės yra tokios pat, kaip anksčiau aprašytos.

4 pav. Antro namų darbo atsakymų tikrinimo forma

3 namų darbas

Namų darbo atsakymų tikrinimo forma pavaizduota 5 pav. Tikrinant atsakymus leistina 2 % paklaida. Atsakymų tikrinimo taisyklės yra tokios pat, kaip anksčiau aprašytos.

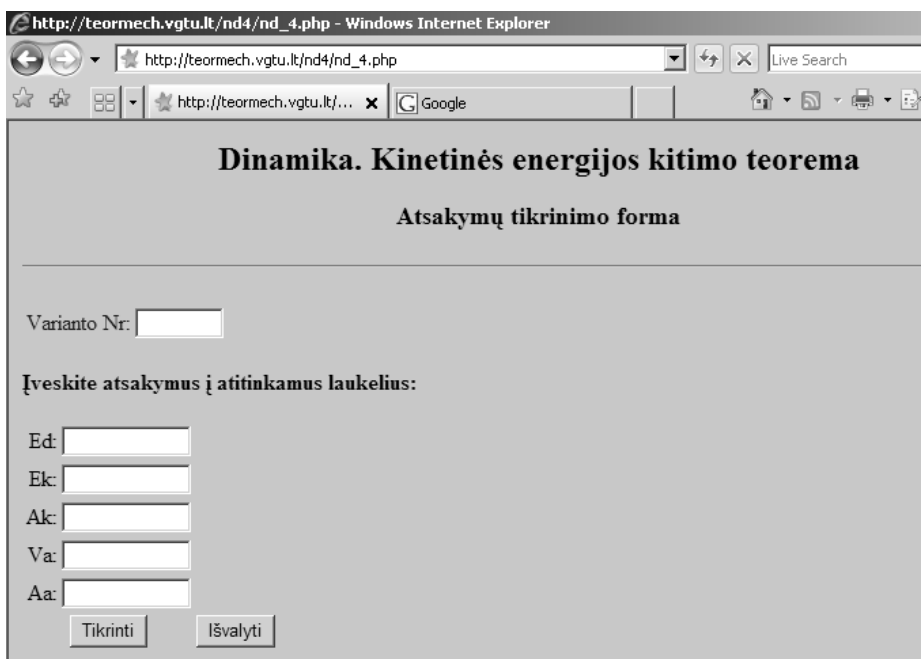


The screenshot shows a web browser window with the URL `http://teormech.vgtu.lt/nd3/nd_3.php`. The page title is "Kinematika. Keturių grandžių mechanizmas" and the subtitle is "Atsakymų tikrinimo forma". Below the title is a text input field for "Varianto Nr:". Underneath, there is a prompt "Įveskite atsakymus į atitinkamus laukelius:". This is followed by two columns of input fields: the left column contains V_a , V_b , V_d , V_e , w_2 , w_3 , and w_4 ; the right column contains A_a , A_b , A_d , A_e , e_2 , e_3 , and e_4 . At the bottom of the form are two buttons: "Tikrinti" and "Išvalyti".

5 pav. Trečio namų darbo atsakymų tikrinimo forma

4 namų darbas

Namų darbo atsakymų tikrinimo forma pavaizduota 6 pav. Tikrinant atsakymus leistina 3 % paklaida. Atsakymų tikrinimo taisyklės yra tokios pat, kaip anksčiau aprašytos.



The screenshot shows a web browser window with the URL `http://teormech.vgtu.lt/nd4/nd_4.php`. The page title is "Dinamika. Kinetinės energijos kitimo teorema" and the subtitle is "Atsakymų tikrinimo forma". Below the title is a text input field for "Varianto Nr:". Underneath, there is a prompt "Įveskite atsakymus į atitinkamus laukelius:". This is followed by a single column of input fields containing E_d , E_k , A_k , V_a , and A_a . At the bottom of the form are two buttons: "Tikrinti" and "Išvalyti".

6 pav. Ketvirto namų darbo atsakymų tikrinimo forma

LITERATŪRA

1. Dorošėvas, V.; Vyšniauskienė, Ž. 2006. *Trumpas teorinės mechanikos kursas*. Kaunas: Technologija. 288 p.
2. Michnevič, E.; Syrus, L.; Belevičius, R. 2004. *Teorinė mechanika. Statika*. Vilnius: Technika. 94 p.
3. Paliūnas, V. 1997. *Teorinė mechanika*. Vilnius: Žuvėdra. 482 p.
4. Syrus, L.; Baradokas, P.; Michnevič, E.; Čiučelis, A. 2006. *Teorinė mechanika. Kinematika*. Vilnius: Technika. 100 p.
5. Strumskienė, E. 1990. *Statikos uždavinių sprendimas: metodikos nurodymai*. Vilnius. 132 p.
6. Targas, S. 1970. *Trumpas teorinės mechanikos kursas*. Vilnius: Mintis. 476 p.
7. Яблонский, А. А.; Никифорова, В. М. 1968. *Курс теоретической механики. Часть 1*. Москва: Наука. 480 с.